

Das semiotische Spiegelkabinett

1. Statische Zeichenzusammenhänge

Jede Zeichenklasse hängt mit ihrer zugehörigen Realitätsthematik in mindestens einem Subzeichen zusammen:

- 1 (3.1 2.1 1.1 × 1.1 1.2 1.3)
- 2 (3.1 2.1 1.2 × 2.1 1.2 1.3)
- 3 (3.1 2.1 1.3 × 3.1 1.2 1.3)
- 4 (3.1 2.2 1.2 × 2.1 2.2 1.3)
- 5 (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3)
- 6 (3.1 2.3 1.3 × 3.1 3.2 1.3)
- 7 (3.2 2.2 1.2 × 2.1 2.2 2.3)
- 8 (3.2 2.2 1.3 × 3.1 2.2 2.3)
- 9 (3.2 2.3 1.3 × 3.1 3.2 2.3)
- 10 (3.3 2.3 1.3 × 3.1 3.2 3.3)

Wir können daher zwischen monadisch, dyadisch und triadisch zusammenhängenden Zeichenklassen und Realitätsthematiken unterscheiden.

Die Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken hängen untereinander in 0, 1 oder 2 Subzeichen zusammen. In der folgenden "Bruchdarstellung" bezeichnet $x/y = z$, dass die Zeichenklasse x mit der Zeichenklasse y in z Subzeichen zusammenhängt:

- $1/2 = 2; 1/3 = 2; 1/4 = 1; 1/5 = 1; 1/6 = 1; 1/7 = 0; 1/8 = 0; 1/9 = 0; 1/10 = 0$
 $2/3 = 2; 2/4 = 2; 2/5 = 1; 2/6 = 1; 2/7 = 1; 2/8 = 0; 2/9 = 0; 2/10 = 0$
 $3/4 = 1; 3/5 = 2; 3/6 = 2; 3/7 = 0; 3/8 = 1; 3/9 = 1; 3/10 = 1$
 $4/5 = 2; 4/6 = 1; 4/7 = 2; 4/8 = 1; 4/9 = 0; 4/10 = 0$
 $5/6 = 2; 5/7 = 1; 5/8 = 2; 5/9 = 1; 5/10 = 1$
 $6/7 = 0; 6/8 = 1; 6/9 = 2; 6/10 = 2$
 $7/8 = 2; 7/9 = 1; 7/10 = 0$
 $8/9 = 2; 8/10 = 1$
 $9/10 = 2$

Beispiele:

- $(3.2 2.2 1.2) / (3.3 2.3 1.3) = \emptyset$
 $(3.2 2.2 1.3) / (3.3 2.3 1.3) = (1.3)$
 $(3.2 2.3 1.3) / (3.3 2.3 1.3) = (2.3 1.3).$

2. Dynamische Zeichenzusammenhänge

Zeichenklassen und ihre koordinierten Realitätsthematiken können auch über gleiche Subzeichen-Paare und daher semiotische Morphismen miteinander zusammenhängen. In diesem Falle müssen allerdings alle Transpositionen gesondert untersucht werden:

1	(3.1 2.1 1.1 × 1.1 1.2 1.3)	
2	(3.1 <u>2.1 1.2</u> × <u>2.1 1.2</u> 1.3)	(2.1 → 1.2)
3	(3.1 2.1 1.3 × 3.1 1.2 1.3)	
4	(3.1 2.2 1.2 × 2.1 2.2 1.3)	
5	(<u>3.1 2.2 1.3</u> × <u>3.1 2.2 1.3</u>)	(3.1 → 2.2) (2.2 → 1.3)
6	(3.1 2.3 1.3 × 3.1 3.2 1.3)	
7	(3.2 2.2 1.2 × 2.1 2.2 2.3)	
8	(3.2 2.2 1.3 × 3.1 2.2 2.3)	
9	(3.2 2.3 1.3 × 3.1 3.2 2.3)	
10	(3.3 2.3 1.3 × 3.1 3.2 3.3)	

1	(3.1 1.1 2.1 × 1.2 1.1 1.3)	
2	(3.1 <u>1.2 2.1</u> × <u>1.2 2.1</u> 1.3)	(1.2 → 2.1)
3	(<u>3.1 1.3 2.1</u> × 1.2 <u>3.1 1.3</u>)	(3.1 → 1.3)
4	(3.1 1.2 2.2 × 2.2 2.1 1.3)	
5	(<u>3.1 1.3 2.2</u> × 2.2 <u>3.1 1.3</u>)	(3.1 → 1.3)
6	(<u>3.1 1.3 2.3</u> × 3.2 <u>3.1 1.3</u>)	(3.1 → 1.3)
7	(3.2 1.2 2.2 × 2.2 2.1 2.3)	
8	(3.2 1.3 2.2 × 2.2 3.1 2.3)	
9	(3.2 1.3 2.3 × 3.2 3.1 2.3)	
10	(3.3 1.3 2.3 × 3.2 3.1 3.3)	

1	(2.1 3.1 1.1) × (1.1 1.3 1.2)	
2	(2.1 3.1 1.2) × (2.1 1.3 1.2)	
3	(2.1 <u>3.1 1.3</u>) × (<u>3.1 1.3</u> 1.2)	(3.1 → 1.3)
4	(2.2 3.1 1.2) × (2.1 1.3 2.2)	
5	(2.2 3.1 1.3) × (3.1 1.3 2.2)	
6	(2.3 <u>3.1 1.3</u>) × (<u>3.1 1.3</u> 3.2)	(3.1 → 1.3)
7	(2.2 3.2 1.2) × (2.1 2.3 2.2)	
8	(2.2 3.2 1.3) × (3.1 2.3 2.2)	
9	(<u>2.3 3.2 1.3</u>) × (3.1 <u>2.3 3.2</u>)	(2.3 → 3.2)
10	(2.3 3.3 1.3) × (3.1 3.3 3.2)	

- 1 (2.1 1.1 3.1) × (1.3 1.1 1.2)
- 2 (2.1 1.2 3.1) × (1.3 2.1 1.2) (2.1 → 1.2)
- 3 (2.1 1.3 3.1) × (1.3 3.1 1.2) (1.3 → 3.1)
- 4 (2.2 1.2 3.1) × (1.3 2.1 2.2)
- 5 (2.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 2.2) (1.3 → 3.1)
- 6 (2.3 1.3 3.1) × (1.3 3.1 3.2) (1.3 → 3.1)
- 7 (2.2 1.2 3.2) × (2.3 2.1 2.2)
- 8 (2.2 1.3 3.2) × (2.3 3.1 2.2)
- 9 (2.3 1.3 3.2) × (2.3 3.1 3.2)
- 10 (2.3 1.3 3.3) × (3.3 3.1 3.2)

- 1 (1.1 3.1 2.1) × (1.2 1.3 1.1)
- 2 (1.2 3.1 2.1) × (1.2 1.3 2.1)
- 3 (1.3 3.1 2.1) × (1.2 1.3 3.1) (1.3 → 3.1)
- 4 (1.2 3.1 2.2) × (2.2 1.3 2.1)
- 5 (1.3 3.1 2.2) × (2.2 1.3 3.1) (1.3 → 3.1)
- 6 (1.3 3.1 2.3) × (3.2 1.3 3.1) (1.3 → 3.1)
- 7 (1.2 3.2 2.2) × (2.2 2.3 2.1)
- 8 (1.3 3.2 2.2) × (2.2 2.3 3.1)
- 9 (1.3 3.2 2.3) × (3.2 2.3 3.1) (3.2 → 2.3)
- 10 (1.3 3.3 2.3) × (3.2 3.3 3.1)

- 1 (1.1 2.1 3.1) × (1.3 1.2 1.1)
- 2 (1.2 2.1 3.1) × (1.3 1.2 2.1) (1.2 → 2.1)
- 3 (1.3 2.1 3.1) × (1.3 1.2 3.1)
- 4 (1.2 2.2 3.1) × (1.3 2.2 2.1)
- 5 (1.3 2.2 3.1) × (1.3 2.2 3.1) (1.3 → 2.2) (2.2 → 3.1)
- 6 (1.3 2.3 3.1) × (1.3 3.2 3.1)
- 7 (1.2 2.2 3.2) × (2.3 2.2 2.1)
- 8 (1.3 2.2 3.2) × (2.3 2.2 3.1)
- 9 (1.3 2.3 3.2) × (2.3 3.2 3.1) (2.3 → 3.2)
- 10 (1.3 2.3 3.3) × (3.3 3.2 3.1)

Wie man erkennt, ist also der durch die semiotischen Morphismen ausgedrückte semiosische Zusammenhang von Zeichenklassen im Gegensatz zu dem durch die gemeinsamen Subzeichen ausgedrückten statischen Zusammenhang nicht trivial und dazu punkto Transpositionen variabel. Deshalb sollen hier alle Möglichkeiten der Kombinationen von Transpositionen und ihren Dualisaten (also einschliesslich der Zeichenklassen und ihrer Realitätsthematiken) untersucht werden. Gleich

rekurrente Morphismen werden durch durchgezogene, invertiert rekurrente Morphismen durch unterbrochene Unterstreichung markiert.

1. Zkl (3.1 2.1 1.1)

1.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.1 2.1 1.1</u>	<u>3.1 1.1 2.1</u>	<u>3.1 1.1 2.1</u>	<u>2.1 3.1 1.1</u>	<u>2.1 3.1 1.1</u>	<u>2.1 1.1 3.1</u>
3.1 2.1 1.1	2.1 3.1 1.1	3.1 1.1 2.1	2.1 1.1 3.1	2.1 3.1 1.1	1.1 3.1 2.1
<u>3.1 2.1 1.1</u>	<u>2.1 1.1 3.1</u>	<u>3.1 1.1 2.1</u>	<u>1.1 3.1 2.1</u>	<u>2.1 3.1 1.1</u>	<u>1.1 2.1 3.1</u>
<u>3.1 2.1 1.1</u>	<u>1.1 3.1 2.1</u>	<u>3.1 1.1 2.1</u>	<u>1.1 2.1 3.1</u>		
3.1 2.1 1.1	1.1 2.1 3.1				
<u>2.1 1.1 3.1</u>	<u>1.1 3.1 2.1</u>	<u>1.1 3.1 2.1</u>	<u>1.1 2.1 3.1</u>		
2.1 1.1 3.1	1.1 2.1 3.1				

1.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>1.1 1.2 1.3</u>	<u>1.2 1.1 1.3</u>	<u>1.2 1.1 1.3</u>	<u>1.1 1.3 1.2</u>	<u>1.1 1.3 1.2</u>	<u>1.3 1.1 1.2</u>
<u>1.1 1.2 1.3</u>	<u>1.1 1.3 1.2</u>	<u>1.2 1.1 1.3</u>	<u>1.3 1.1 1.2</u>	<u>1.1 1.3 1.2</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>
<u>1.1 1.2 1.3</u>	<u>1.3 1.1 1.2</u>	<u>1.2 1.1 1.3</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>	<u>1.1 1.3 1.2</u>	<u>1.3 1.2 1.1</u>
<u>1.1 1.2 1.3</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>	<u>1.2 1.1 1.3</u>	<u>1.3 1.2 1.1</u>		
1.1 1.2 1.3	1.3 1.2 1.1	<u>1.2 1.1 1.3</u>			
<u>1.3 1.1 1.2</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>	<u>1.3 1.2 1.1</u>		
1.3 1.1 1.2	1.3 1.2 1.1				

1.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 2.1 1.1</u>	<u>1.2 1.1 1.3</u>	<u>3.1 1.1 2.1</u>	<u>1.1 1.3 1.2</u>	<u>2.1 3.1 1.1</u>	<u>1.3 1.1 1.2</u>
<u>3.1 2.1 1.1</u>	<u>1.1 1.3 1.2</u>	<u>3.1 1.1 2.1</u>	<u>1.3 1.1 1.2</u>	<u>2.1 3.1 1.1</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>
<u>3.1 2.1 1.1</u>	<u>1.3 1.1 1.2</u>	<u>3.1 1.1 2.1</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>	<u>2.1 3.1 1.1</u>	<u>1.3 1.2 1.1</u>
<u>3.1 2.1 1.1</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>	<u>3.1 1.1 2.1</u>	<u>1.3 1.2 1.1</u>		
<u>3.1 2.1 1.1</u>	<u>1.3 1.2 1.3</u>				
<u>2.1 1.1 3.1</u>	<u>1.2 1.3 1.1</u>	<u>1.1 3.1 2.1</u>	<u>1.3 1.2 1.1</u>		
<u>2.1 1.1 3.1</u>	<u>1.3 1.2 1.1</u>				

2. Zkl (3.1 2.1 1.2)

2.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>2.1 3.1 1.2</u>	<u>2.1 3.1 1.2</u>	<u>2.1 1.2 3.1</u>
<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>2.1 3.1 1.2</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>2.1 1.2 3.1</u>	<u>2.1 3.1 1.2</u>	<u>1.2 3.1 2.1</u>
<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>2.1 1.2 3.1</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>1.2 3.1 2.1</u>	<u>2.1 3.1 1.2</u>	<u>1.2 2.1 3.1</u>
<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>1.2 3.1 2.1</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>1.2 2.1 3.1</u>		
<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>1.2 2.1 3.1</u>				
<u>2.1 1.2 3.1</u>	<u>1.2 3.1 2.1</u>	<u>1.2 3.1 2.1</u>	<u>1.2 2.1 3.1</u>		
<u>2.1 1.2 3.1</u>	<u>1.2 2.1 3.1</u>				

2.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>2.1 1.2 1.3</u>	<u>1.2 2.1 1.3</u>	<u>1.2 2.1 1.3</u>	<u>2.1 1.3 1.2</u>	<u>2.1 1.3 1.2</u>	<u>1.3 2.1 1.2</u>
<u>2.1 1.2 1.3</u>	<u>2.1 1.3 1.2</u>	<u>1.2 2.1 1.3</u>	<u>1.3 2.1 1.2</u>	<u>2.1 1.3 1.2</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>
<u>2.1 1.2 1.3</u>	<u>1.3 2.1 1.2</u>	<u>1.2 2.1 1.3</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>	<u>2.1 1.3 1.2</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>
<u>2.1 1.2 1.3</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>	<u>1.2 2.1 1.3</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>		
<u>2.1 1.2 1.3</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>				
<u>1.3 2.1 1.2</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>		
<u>1.3 2.1 1.2</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>				

2.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>1.2 2.1 1.3</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>2.1 1.3 1.2</u>	<u>2.1 3.1 1.2</u>	<u>1.3 2.1 1.2</u>
<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>2.1 1.3 1.2</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>1.3 2.1 1.2</u>	<u>2.1 3.1 1.2</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>
<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>1.3 2.1 1.2</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>	<u>2.1 3.1 1.2</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>
<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>	<u>3.1 1.2 2.1</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>		
<u>3.1 2.1 1.2</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>				
<u>2.1 1.2 3.1</u>	<u>1.2 1.3 2.1</u>	<u>1.2 3.1 2.1</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>		
<u>2.1 1.2 3.1</u>	<u>1.3 1.2 2.1</u>				

3. Zkl (3.1 2.1 1.3)

3.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>2.1 3.1 1.3</u>	<u>2.1 3.1 1.3</u>	<u>2.1 1.3 3.1</u>
<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>2.1 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>2.1 1.3 3.1</u>	<u>2.1 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.1</u>
<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>2.1 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>1.3 3.1 2.1</u>	<u>2.1 3.1 1.3</u>	<u>1.3 2.1 3.1</u>
<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.1</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>1.3 2.1 3.1</u>		
<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>1.3 2.1 3.1</u>				
<u>2.1 1.3 3.1</u>	<u>1.3 3.1 2.1</u>	<u>1.3 3.1 2.1</u>	<u>1.3 2.1 3.1</u>		
<u>2.1 1.3 3.1</u>	<u>1.3 2.1 3.1</u>				

3.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 1.2 1.3</u>	<u>1.2 3.1 1.3</u>	<u>1.2 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 1.2</u>	<u>3.1 1.3 1.2</u>	<u>1.3 3.1 1.2</u>
<u>3.1 1.2 1.3</u>	<u>3.1 1.3 1.2</u>	<u>1.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 1.2</u>	<u>3.1 1.3 1.2</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>
<u>3.1 1.2 1.3</u>	<u>1.3 3.1 1.2</u>	<u>1.2 3.1 1.3</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 1.2</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>
<u>3.1 1.2 1.3</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>	<u>1.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>		
<u>3.1 1.2 1.3</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>				
<u>1.3 3.1 1.2</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>		
<u>1.3 3.1 1.2</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>				

3.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>1.2 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>3.1 1.3 1.2</u>	<u>2.1 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 1.2</u>
<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 1.2</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>1.3 3.1 1.2</u>	<u>2.1 3.1 1.3</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>
<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 1.2</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>	<u>2.1 3.1 1.3</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>
<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 2.1</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>		
<u>3.1 2.1 1.3</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>				
<u>2.1 1.3 3.1</u>	<u>1.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 3.1 2.1</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>		
<u>2.1 1.3 3.1</u>	<u>1.3 1.2 3.1</u>				

4. Zkl (3.1 2.2 1.2)

4.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.2</u>	<u>2.2 3.1 1.2</u>	<u>2.2 1.2 3.1</u>
<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>2.2 3.1 1.2</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>2.2 1.2 3.1</u>	<u>2.2 3.1 1.2</u>	<u>1.2 3.1 2.2</u>
<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>2.2 1.2 3.1</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>1.2 3.1 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.2</u>	<u>1.2 2.2 3.1</u>
<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>1.2 3.1 2.2</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>1.2 2.2 3.1</u>		
<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>1.2 2.2 3.1</u>				
<u>2.2 1.2 3.1</u>	<u>1.2 3.1 2.2</u>	<u>1.2 3.1 2.2</u>	<u>1.2 2.2 3.1</u>		
<u>2.2 1.2 3.1</u>	<u>1.2 2.2 3.1</u>				

4.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>2.1 2.2 1.3</u>	<u>2.2 2.1 1.3</u>	<u>2.2 2.1 1.3</u>	<u>2.1 1.3 2.2</u>	<u>2.1 1.3 2.2</u>	<u>1.3 2.1 2.2</u>
<u>2.1 2.2 1.3</u>	<u>2.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 2.1 1.3</u>	<u>1.3 2.1 2.2</u>	<u>2.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>
<u>2.1 2.2 1.3</u>	<u>1.3 2.1 2.2</u>	<u>2.2 2.1 1.3</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>	<u>2.1 1.3 2.2</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>
<u>2.1 2.2 1.3</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>	<u>2.2 2.1 1.3</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>		
<u>2.1 2.2 1.3</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>				
<u>1.3 2.1 2.2</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>		
<u>1.3 2.1 2.2</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>				

4.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>2.2 2.1 1.3</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>2.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.2</u>	<u>1.3 2.1 2.2</u>
<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>2.1 1.3 2.2</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>1.3 2.1 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.2</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>
<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>1.3 2.1 2.2</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>	<u>2.2 3.1 1.2</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>
<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>	<u>3.1 1.2 2.2</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>		
<u>3.1 2.2 1.2</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>				
<u>2.2 1.2 3.1</u>	<u>2.2 1.3 2.1</u>	<u>1.2 3.1 2.2</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>		
<u>2.2 1.2 3.1</u>	<u>1.3 2.2 2.1</u>				

5. Zkl (3.1 2.2 1.3)

5.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>		
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>				
<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>		
<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>				

5.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>		
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>				
<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>		
<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>				

5.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>2.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>		
<u>3.1 2.2 1.3</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>				
<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 3.1 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>		
<u>2.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 2.2 3.1</u>				

6. Zkl (3.1 2.3 1.3)

6.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>2.3 3.1 1.3</u>	<u>2.3 3.1 1.3</u>	<u>2.3 1.3 3.1</u>
<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>2.3 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>2.3 1.3 3.1</u>	<u>2.3 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.3</u>
<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>2.3 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>1.3 3.1 2.3</u>	<u>2.3 3.1 1.3</u>	<u>1.3 2.3 3.1</u>
<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>1.3 3.1 2.3</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>1.3 2.3 3.1</u>		
<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>1.3 2.3 3.1</u>				
<u>2.3 1.3 3.1</u>	<u>1.3 3.1 2.3</u>	<u>1.3 3.1 2.3</u>	<u>1.3 2.3 3.1</u>		
<u>2.3 1.3 3.1</u>	<u>1.3 2.3 3.1</u>				

6.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 3.2 1.3</u>	<u>3.2 3.1 1.3</u>	<u>3.2 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 3.2</u>	<u>3.1 1.3 3.2</u>	<u>1.3 3.1 3.2</u>
<u>3.1 3.2 1.3</u>	<u>3.1 1.3 3.2</u>	<u>3.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 3.2</u>	<u>3.1 1.3 3.2</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>
<u>3.1 3.2 1.3</u>	<u>1.3 3.1 3.2</u>	<u>3.2 3.1 1.3</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 3.2</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>
<u>3.1 3.2 1.3</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>	<u>3.2 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>		
<u>3.1 3.2 1.3</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>				
<u>1.3 3.1 3.2</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>		
<u>1.3 3.1 3.2</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>				

6.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>3.2 3.1 1.3</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>3.1 1.3 3.2</u>	<u>2.3 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.1 3.2</u>
<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>3.1 1.3 3.2</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>1.3 3.1 3.2</u>	<u>2.3 3.1 1.3</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>
<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>1.3 3.1 3.2</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>	<u>2.3 3.1 1.3</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>
<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>	<u>3.1 1.3 2.3</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>		
<u>3.1 2.3 1.3</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>				
<u>2.3 1.3 3.1</u>	<u>3.2 1.3 3.1</u>	<u>1.3 3.1 2.3</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>		
<u>1.3 3.1 3.2</u>	<u>1.3 3.2 3.1</u>				

7. Zkl (3.2 2.2 1.2)

7.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>2.2 3.2 1.2</u>	<u>2.2 3.2 1.2</u>	<u>2.2 1.2 3.2</u>
<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>2.2 3.2 1.2</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>2.2 1.2 3.2</u>	<u>2.2 3.2 1.2</u>	<u>1.2 3.2 2.2</u>
<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>2.2 1.2 3.2</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>1.2 3.2 2.2</u>	<u>2.2 3.2 1.2</u>	<u>1.2 2.2 3.2</u>
<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>1.2 3.2 2.2</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>1.2 2.2 3.2</u>		
<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>1.2 2.2 3.2</u>				
<u>2.2 1.2 3.2</u>	<u>1.2 3.2 2.2</u>	<u>1.2 3.2 2.2</u>	<u>1.2 2.2 3.2</u>		
<u>2.2 1.2 3.2</u>	<u>1.2 2.2 3.2</u>				

7.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>2.1 2.2 2.3</u>	<u>2.2 2.1 2.3</u>	<u>2.2 2.1 2.3</u>	<u>2.1 2.3 2.2</u>	<u>2.1 2.3 2.2</u>	<u>2.3 2.1 2.2</u>
<u>2.1 2.2 2.3</u>	<u>2.1 2.3 2.2</u>	<u>2.2 2.1 2.3</u>	<u>2.3 2.1 2.2</u>	<u>2.1 2.3 2.2</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>
<u>2.1 2.2 2.3</u>	<u>2.3 2.1 2.2</u>	<u>2.2 2.1 2.3</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>	<u>2.1 2.3 2.2</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>
<u>2.1 2.2 2.3</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>	<u>2.2 2.1 2.3</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>		
<u>2.1 2.2 2.3</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>				
<u>2.3 2.1 2.2</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>		
<u>2.3 2.1 2.2</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>				

7.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>2.2 2.1 2.3</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>2.1 2.3 2.2</u>	<u>2.2 3.2 1.2</u>	<u>2.3 2.1 2.2</u>
<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>2.1 2.3 2.2</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>2.3 2.1 2.2</u>	<u>2.2 3.2 1.2</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>
<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>2.3 2.1 2.2</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>	<u>2.2 3.2 1.2</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>
<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>	<u>3.2 1.2 2.2</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>		
<u>3.2 2.2 1.2</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>				
<u>2.2 1.2 3.2</u>	<u>2.2 2.3 2.1</u>	<u>1.2 3.2 2.2</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>		
<u>2.2 1.2 3.2</u>	<u>2.3 2.2 2.1</u>				

8. Zkl (3.2 2.2 1.3)

8.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.2 2.2 1.3</u>	<u>3.2 1.3 2.2</u>	<u>3.2 1.3 2.2</u>	<u>2.2 3.2 1.3</u>	<u>2.2 3.2 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.2</u>
3.2 2.2 1.3	2.2 3.2 1.3	3.2 1.3 2.2	2.2 1.3 3.2	2.2 3.2 1.3	1.3 3.2 2.2
<u>3.2 2.2 1.3</u>	<u>2.2 1.3 3.2</u>	<u>3.2 1.3 2.2</u>	<u>1.3 3.2 2.2</u>	<u>2.2 3.2 1.3</u>	<u>1.3 2.2 3.2</u>
<u>3.2 2.2 1.3</u>	<u>1.3 3.2 2.2</u>	<u>3.2 1.3 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.2</u>		
3.2 2.2 1.3	1.3 2.2 3.2				
<u>2.2 1.3 3.2</u>	<u>1.3 3.2 2.2</u>	<u>1.3 3.2 2.2</u>	<u>1.3 2.2 3.2</u>		
2.2 1.3 3.2	1.3 2.2 3.2				

8.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 2.2 2.3</u>	<u>2.2 3.1 2.3</u>	<u>2.2 3.1 2.3</u>	<u>3.1 2.3 2.2</u>	<u>3.1 2.3 2.2</u>	<u>2.3 3.1 2.2</u>
3.1 2.2 2.3	3.1 2.3 2.2	2.2 3.1 2.3	2.3 3.1 2.2	3.1 2.3 2.2	2.2 2.3 3.1
<u>3.1 2.2 2.3</u>	<u>2.3 3.1 2.2</u>	<u>2.2 3.1 2.3</u>	<u>2.2 2.3 3.1</u>	<u>3.1 2.3 2.2</u>	<u>2.3 2.2 3.1</u>
<u>3.1 2.2 2.3</u>	<u>2.2 2.3 3.1</u>	<u>2.2 3.1 2.3</u>	<u>2.3 2.2 3.1</u>		
3.1 2.2 2.3	2.3 2.2 3.1				
<u>2.3 3.1 2.2</u>	<u>2.2 2.3 3.1</u>	<u>2.2 2.3 3.1</u>	<u>2.3 2.2 3.1</u>		
2.3 3.1 2.2	2.3 2.2 3.1				

8.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.2 2.2 1.3</u>	<u>2.2 3.1 2.3</u>	<u>3.2 1.3 2.2</u>	<u>3.1 2.3 2.2</u>	<u>2.2 3.2 1.3</u>	<u>2.3 3.1 2.2</u>
3.2 2.2 1.3	3.1 2.3 2.2	3.2 1.3 2.2	2.3 3.1 2.2	2.2 3.2 1.3	2.2 2.3 3.1
<u>3.2 2.2 1.3</u>	<u>2.3 3.1 2.2</u>	<u>3.2 1.3 2.2</u>	<u>2.2 2.3 3.1</u>	<u>2.2 3.2 1.3</u>	<u>2.3 2.2 3.1</u>
<u>3.2 2.2 1.3</u>	<u>2.2 2.3 3.1</u>	<u>3.2 1.3 2.2</u>	<u>2.3 2.2 3.1</u>		
3.2 2.2 1.3	2.3 2.2 3.1				
<u>2.2 1.3 3.2</u>	<u>2.2 2.3 3.1</u>	<u>1.3 3.2 2.2</u>	<u>2.3 2.2 3.1</u>		
2.2 1.3 3.2	2.3 2.2 3.1				

9. Zkl (3.2 2.3 1.3)

9.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>2.3 3.2 1.3</u>	<u>2.3 3.2 1.3</u>	<u>2.3 1.3 3.2</u>
<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>2.3 3.2 1.3</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>2.3 1.3 3.2</u>	<u>2.3 3.2 1.3</u>	<u>1.3 3.2 2.3</u>
<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>2.3 1.3 3.2</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>1.3 3.2 2.3</u>	<u>2.3 3.2 1.3</u>	<u>1.3 2.3 3.2</u>
<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>1.3 3.2 2.3</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>1.3 2.3 3.2</u>		
<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>1.3 2.3 3.2</u>				
<u>2.3 1.3 3.2</u>	<u>1.3 3.2 2.3</u>	<u>1.3 3.2 2.3</u>	<u>1.3 2.3 3.2</u>		
<u>2.3 1.3 3.2</u>	<u>1.3 2.3 3.2</u>				

9.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 3.2 2.3</u>	<u>3.2 3.1 2.3</u>	<u>3.2 3.1 2.3</u>	<u>3.1 2.3 3.2</u>	<u>3.1 2.3 3.2</u>	<u>2.3 3.1 3.2</u>
<u>3.1 3.2 2.3</u>	<u>3.1 2.3 3.2</u>	<u>3.2 3.1 2.3</u>	<u>2.3 3.1 3.2</u>	<u>3.1 2.3 3.2</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>
<u>3.1 3.2 2.3</u>	<u>2.3 3.1 3.2</u>	<u>3.2 3.1 2.3</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>	<u>3.1 2.3 3.2</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>
<u>3.1 3.2 2.3</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>	<u>3.2 3.1 2.3</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>		
<u>3.1 3.2 2.3</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>				
<u>2.3 3.1 3.2</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>		
<u>2.3 3.1 3.2</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>				

9.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>3.2 3.1 2.3</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>3.1 2.3 3.2</u>	<u>2.3 3.2 1.3</u>	<u>2.3 3.1 3.2</u>
<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>3.1 2.3 3.2</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>2.3 3.1 3.2</u>	<u>2.3 3.2 1.3</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>
<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>2.3 3.1 3.2</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>	<u>2.3 3.2 1.3</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>
<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>	<u>3.2 1.3 2.3</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>		
<u>3.2 2.3 1.3</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>				
<u>2.3 1.3 3.2</u>	<u>3.2 2.3 3.1</u>	<u>1.3 3.2 2.3</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>		
<u>2.3 1.3 3.2</u>	<u>2.3 3.2 3.1</u>				

10. Zkl (3.3 2.3 1.3)

10.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>2.3 3.3 1.3</u>	<u>2.3 3.3 1.3</u>	<u>2.3 1.3 3.3</u>
<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>2.3 3.3 1.3</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>2.3 1.3 3.3</u>	<u>2.3 3.3 1.3</u>	<u>1.3 3.3 2.3</u>
<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>2.3 1.3 3.3</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>1.3 3.3 2.3</u>	<u>2.3 3.3 1.3</u>	<u>1.3 2.3 3.3</u>
<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>1.3 3.3 2.3</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>1.3 2.3 3.3</u>		
<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>1.3 2.3 3.3</u>				
<u>2.3 1.3 3.3</u>	<u>1.3 3.3 2.3</u>	<u>1.3 3.3 2.3</u>	<u>1.3 2.3 3.3</u>		
<u>2.3 1.3 3.3</u>	<u>1.3 2.3 3.3</u>				

10.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.1 3.2 3.3</u>	<u>3.2 3.1 3.3</u>	<u>3.2 3.1 3.3</u>	<u>3.1 3.3 3.2</u>	<u>3.1 3.3 3.2</u>	<u>3.3 3.1 3.2</u>
<u>3.1 3.2 3.3</u>	<u>3.1 3.3 3.2</u>	<u>3.2 3.1 3.3</u>	<u>3.3 3.1 3.2</u>	<u>3.1 3.3 3.2</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>
<u>3.1 3.2 3.3</u>	<u>3.3 3.1 3.2</u>	<u>3.2 3.1 3.3</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>	<u>3.1 3.3 3.2</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>
<u>3.1 3.2 3.3</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>	<u>3.2 3.1 3.3</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>		
<u>3.1 3.2 3.3</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>				
<u>3.3 3.1 3.2</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>		
<u>3.3 3.1 3.2</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>				

10.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>3.2 3.1 3.3</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>3.1 3.3 3.2</u>	<u>2.3 3.3 1.3</u>	<u>3.3 3.1 3.2</u>
<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>3.1 3.3 3.2</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>3.3 3.1 3.2</u>	<u>2.3 3.3 1.3</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>
<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>3.3 3.1 3.2</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>	<u>2.3 3.3 1.3</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>
<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>	<u>3.3 1.3 2.3</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>		
<u>3.3 2.3 1.3</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>				
<u>2.3 1.3 3.3</u>	<u>3.2 3.3 3.1</u>	<u>1.3 3.3 2.3</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>		
<u>2.3 1.3 3.3</u>	<u>3.3 3.2 3.1</u>				

11. KatKI (3.3 2.2 1.1)

11.1. Transpositionen vs. Transpositionen

<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>1.1 2.2 3.3</u>
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>1.1 2.2 3.3</u>		
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>1.1 2.2 3.3</u>				
<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>1.1 2.2 3.3</u>		
<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>1.1 2.2 3.3</u>				

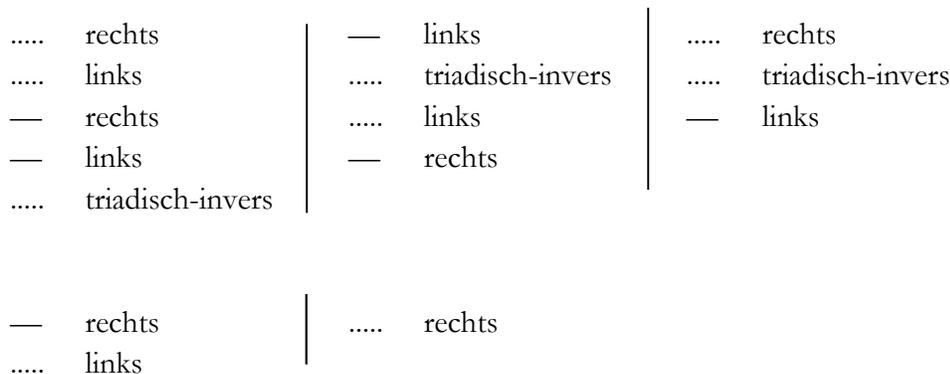
11.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>1.1 2.2 3.3</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>
<u>1.1 2.2 3.3</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>
<u>1.1 2.2 3.3</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>
<u>1.1 2.2 3.3</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>		
<u>1.1 2.2 3.3</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>				
<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>		
<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>				

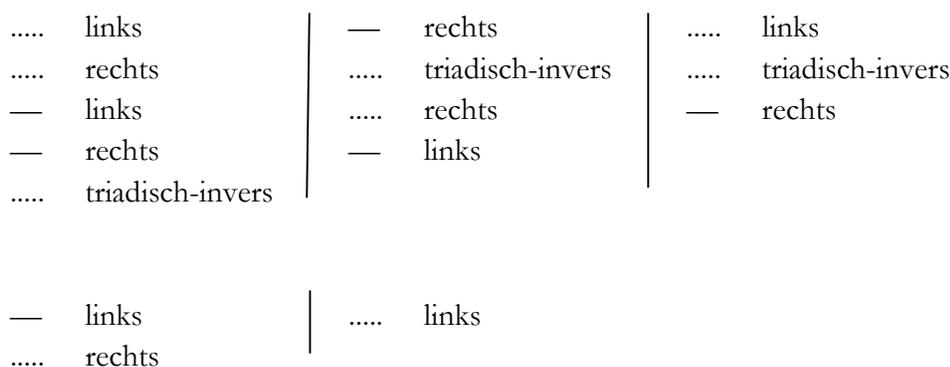
11.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>3.3 1.1 2.2</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>		
<u>3.3 2.2 1.1</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>				
<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>2.2 3.3 1.1</u>	<u>1.1 3.3 2.2</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>		
<u>2.2 1.1 3.3</u>	<u>3.3 2.2 1.1</u>				

Wie man erkennt, folgen alle Kombinationen von Transpositionen (Zeichenklassen und Realitätsthematiken) dem folgenden Schema:

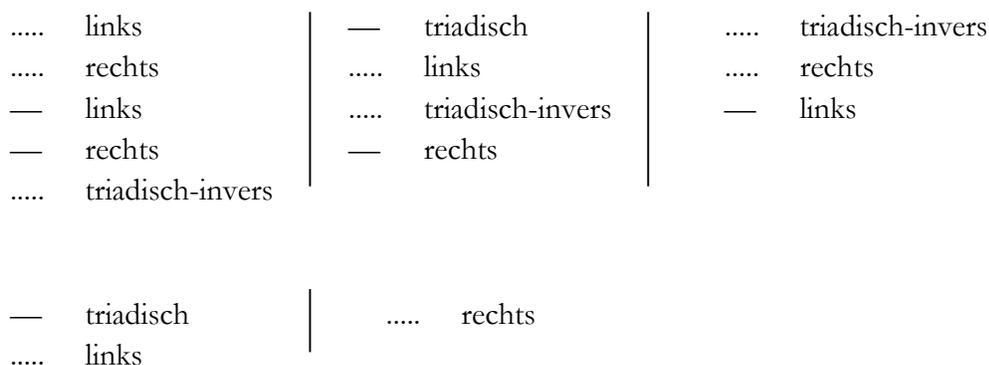


Das Muster der Kombinationen von dualen Transpositionen untereinander ist dabei das gleiche, nur dass die Positionen der semiotischen Morphismen spiegelverkehrt, d.h. invers sind:

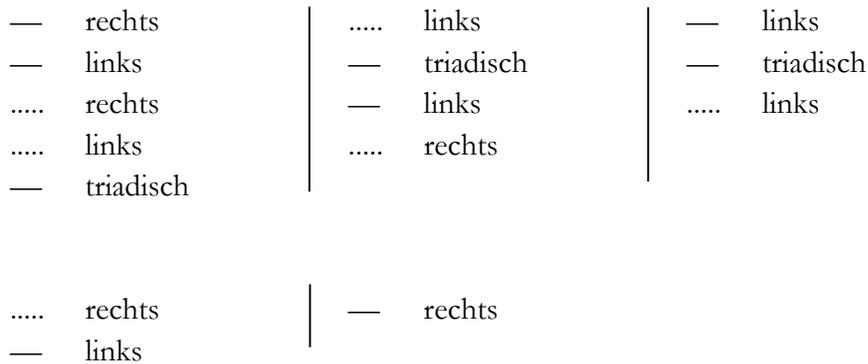


Bei den Kombinationen von Transpositionen und dualen Transpositionen dagegen gibt es kein einheitliches Muster. Wegen ihrer zahlreichen Symmetrien lohnt es sich aber auch hier, die Patterns der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) und der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) zu betrachten.

Die eigenreale Zeichenklasse zeigt folgendes Schema:



Die Genuine Kategorienklasse das folgende:

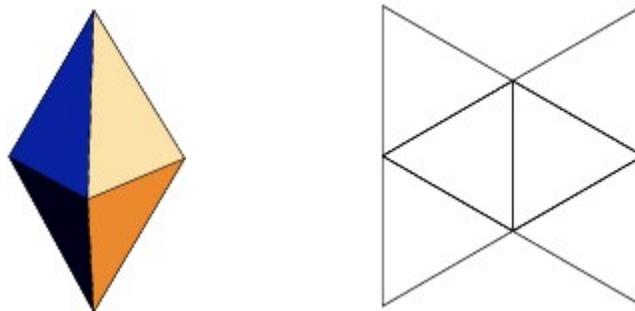


Die beiden Patterns sind also komplett verschieden voneinander.

3. Das semiotische Spiegelkabinett

Die gegenwärtige kosmologische Forschung geht auf der Basis der “kosmischen Topologie” von einem tetraedrischen Modell des Universums aus: “Represent T as a set G of quaternions acting by conjugation. Now let the same set G act on S^3 by multiplication. There is our group Γ of fixed-point free symmetries of the 3-sphere. The only catch is that each of the original symmetries of S^2 is realized by two different quaternions q and $-q$ so the group G has twice as many elements as the original group. In the present example with the original group being the tetrahedral group T the final group Γ is the binary tetrahedral group T^* of order 24” (Weeks 2004, S. 615). “If the speed of light were infinite inhabitants of the binary tetrahedral space S^3/T^* would see 24 images of every cosmological object” (ibid., S. 614).

Die genannten geometrischen Bedingungen werden erfüllt von einer tetraedrischen Dipyramide, das hier links als räumlicher Johnson-Körper und rechts als aufgefaltetes zweidimensionales Modell gezeigt wird:



<http://mathworld.wolfram.com/TriangularDipyramid.html>

Besonders im aufgefalteten Modell rechts wird deutlich, dass hier 6 Dreiecke zusammentreffen, die dreidimensional eine tetraedrische Dipyramide darstellen. Das Modell rechts kann also o.B.d.A. zur Repräsentation einer Zeichenklasse bzw. einer Realitätsthematik mit ihren je 6 Transpositionen dienen.

Schauen wir uns nun das Verhältnis von kosmologischen Objekten und ihren “Geistern” an: “The unique image of the object which lies inside the fundamental cell and thus coincides with the original object is called ‘real’” (Lachièze-Rey 2003, S. 76). “This ‘real part’ of the universal covering the basic cell is generally chosen to coincide with the fundamental polyhedron centered on the observer” (2003, S. 93). Mit anderen Worten: Realität wird kosmologisch als Nähe zum Beobachter definiert. Da der Beobachter aber seinen Standpunkt ändern kann, ist also jeweils das ihm nächste Objekt real, womit alle anderen von ihm beobachteten oder beobachtbaren Objekten zu Geisterbildern dieses Objekts werden, total also 24, und diese Zahl stimmt genau mit den 4 mal 6 Transpositionen einer Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik in allen 4 semiotischen Kontexturen überein (vgl. Toth 2007, S. 82 ff.), wobei die durch Transpositionen “deformierten” Zeichenklassen und Realitätsthematiken offenbar sogar mit den durch die Wirkungen der Dichteverteilungen deformierten kosmologischen Objekten korrespondieren: “Because the Universe is not exactly homogeneous, the null geodesics are not exactly those of the spatially homogeneous spacetime. They are deformed by the density inhomogenities leading to the various consequences of gravitational lensing: deformation, amplification, multiplications of images ... A ghost so amplified or distorted may become hard to recognize” (2003, S. 96).

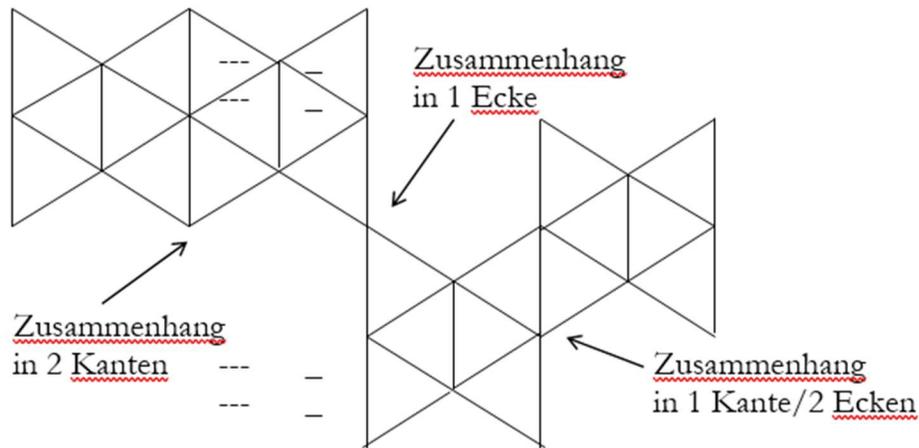
Nun hatten wir oben festgestellt, dass Zeichenklassen und Realitätsthematiken folgendermassen miteinander zusammenhängen können:

statisch: durch 0, 1 oder 2 Subzeichen

dynamisch: dyadisch (Links- oder Rechtsposition), triadisch-invers oder triadisch-dualinvers

Wir hatten aber ferner auch auf das Gesetz des determinantensymmetrischen Dualitätssystems hingewiesen, wonach alle 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken nur durch die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) in mindestens 1 Subzeichen miteinander zusammenhängen.

Während also ein statischer Zusammenhang auch bloss über eine Ecke der aufgefalteten Dipyramide möglich ist, setzen sowohl die statisch-dyadischen als auch die dynamisch-dyadischen Zusammenhänge Kanten der Dipyramide voraus. Triadische Zusammenhänge sind daher nur **innerhalb** einer Dipyramide möglich. Entsprechend der 6 möglichen Transpositionen bzw. der dynamischen Links- und Rechtspositionen werden ausserdem die Zeichenklassen und Realitätsthematiken der topologischen Chiralität der Dipyramide gerecht. Ein erstes sehr grobes Modell des Zusammenhangs von Zeichenklassen gibt die folgende Darstellung:



Wo immer also der Beobachter in diesem Verband semiotisch-topologischer Dipyramiden steht, nur das durch die ihm nächstliegende Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik repräsentierte Objekt ist ihm “real”, und er sieht also von jedem Objekt gemäss der topologischen Struktur und Orientierung des semiotischen Dipyramiden-Verbandes jeweils auch die 24 Geister dieses Objektes, die er wegen der Identifikation von Realität und Nähe folglich als irrealer Objekte apperzipieren muss. Da wir alles, was wir wahrnehmen und kommunizieren, in Zeichen wahrnehmen und kommunizieren, befinden wir uns also in einem semiotischen Spiegelkabinett, das merkwürdigerweise mit dem gegenwärtig verbreitetsten Modell des Universums topologisch identisch ist. Es macht also den Anschein, als seien die topologische Struktur des (semiotischen) Gehirns und die topologische Struktur des (physikalischen) Kosmos einander isomorph.

4. Die semiotischen Geister

Semiotische Realität präsentiert sich als strukturelle Realität in den zu den entsprechenden Zeichenklassen dualen Realitätsthematiken. Da jede Realitätsthematik wie ihre zugehörige Zeichenklasse 6 Transpositionen besitzt, von denen 5 vom Standpunkt der semiotischen Realität des Betrachters also in topologischer Übereinstimmung mit den kosmologischen Geistern als semiotische Geister bestimmt werden können, können diese semiotischen Geister nach dem Typus ihrer strukturellen Realitäten, d.h. nach der Art ihrer Thematisierungen klassifiziert werden.

Um die allgemeinen Thematisierungstypen zu erhalten, gehen wir aus von der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3). Ihre Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3) thematisiert die strukturelle Realität eines Mittelthematizierten Interpretanten (3.1 1.2 1.3). Nun kann nach Günther (1976, S. 336 ff.) das semiotische Mittel mit dem logischen objektiven Subjekt (oS), das semiotische Objekt mit dem logischen Objekt (O) und der semiotische Interpretant mit dem logischen subjektiven Subjekt (sS) identifiziert werden (vgl. Toth 2008b, S. 64 ff.). Ferner können kybernetisch O und oS mit dem “System” und sS mit der “Umgebung” identifiziert und dadurch der “Beobachter” semiotisch bestimmt werden (vgl. Günther 1979, S. 215 ff.). Wir bekommen somit:

Zeichenklasse: (3.1 2.1 1.3)

Realitätsthematik: (3.1 1.2 1.3)

Strukturelle Realität: (3.1 1.2 1.3)

semiotisch: Mittel-thematisierter Interpretant

logisch: oS-thematisiertes sS

kybernetisch: Objekt-Umgebung / Umgebung-Objekt-thematisiertes Subjekt

Nun schauen wir uns das Verhalten dieser strukturellen Realität bei den Transpositionen an. Wir klassifizieren die Thematisate nach Adjazenz und semiosischer Richtung:

3.1 2.1 1.3 × 3.1 1.2 1.3 adjazent generativ links

sS O oS sS oS1 oS2

sS → oS2

O → oS1

oS → sS

2.1 3.1 1.3 × 3.1 1.3 1.2 adjazent degenerativ links

O sS oS sS oS1 oS2

O → oS2

sS → oS1

oS → sS

1.3 3.1 2.1 × 1.2 1.3 3.1 adjazent generativ rechts

oS sS O oS1 oS2 sS

oS → sS

sS → oS2

O → oS1

1.3 2.1 3.1 × 1.3 1.2 3.1 adjazent degenerativ rechts

oS O sS oS1 oS2 sS

oS → sS

O → oS2

sS → oS1

3.1 1.3 2.1 × 1.2 3.1 1.3 nicht-adjazent generativ Mitte

sS oS O oS1 sS oS2

sS → oS2

oS → sS

O → oS1

2.1 1.3 3.1 × 1.3 _ 3.11.2 nicht-adjazent degenerativ Mitte
 O oS sS ---oS1 sS oS2
 O → oS2
 oS → sS
 sS → oS1

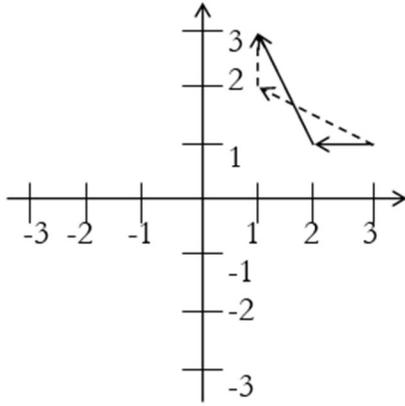
Es gibt also folgende semiotisch-logischen Thematisierungstypen, die für sämtliche Realitätsthematiken gelten:

M → I oS → sS
 O → M1, M2 O → oS1, oS2
 I → M1, M2 sS → oS1, oS2

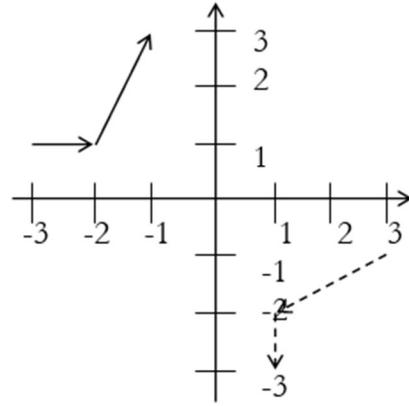
Da das kybernetische System aus dem semiotischen M und O bzw. aus dem logischen oS und O besteht, ist also im obigen Schema nur das semiotische und logische Objekt insofern konstant, als es nicht rechts von den Pfeilen auftreten kann und lediglich mit dem objektiven Subjekt in einer Austauschrelation steht. Anders gesagt: Objekt und subjektives Subjekt werden bei Transpositionen nie ausgetauscht, d.h. die kybernetische Differenz von System und Umgebung wird stets gewahrt. Indessen kann aber das mit dem (objektiven) Objekt in Austauschrelation stehende objektive Subjekt selbst wiederum in Austauschrelation mit dem subjektiven Subjekt stehen. Diese indirekte zyklische Relation zwischen M, O und I bzw. oS, O und sS, auf semiotischer Ebene garantiert durch jeweils **zwei** objektive Subjekte, aber nur **ein** Objekt und **ein** subjektives Subjekt, macht es auf kybernetischer Ebene somit möglich, dass der zur Umgebung gehörende Beobachter innerhalb der semiotischen Dipyramide jede Position der 6 Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken einnehmen kann, wodurch sich also ebenfalls ein zyklischer Austausch zwischen semiotischen Objekten und semiotischen Geistern ergibt. In anderen Worten: Was ein semiotischer Geist und daher per definitionem "irreal" ist und was ein semiotisches Objekt und daher per definitionem "real" ist, entscheidet lediglich die Position des Beobachters - und diese kann sämtliche möglichen 6 Standorte einnehmen und ist daher maximal variabel.

Semiotisch betrachtet wird jedoch das Verhältnis von Beobachter und System bzw. von semiotischen Objekten und semiotischen Geistern insofern noch kompliziert, als sowohl jede Zeichenklasse als auch jede Realitätsthematik 6 Transpositionen, zusammen also 12, besitzt, die sämtlich in allen 4 semiotischen Kontexturen auftreten können. Total ergeben sich dadurch also 24 semiotische Repräsentationsmöglichkeiten sowohl für jede Zeichenklasse als auch für jede Realitätsthematik. Da "Realität" hier in Übereinstimmung mit der Kosmologie als "Nähe" definiert wurde, ergibt sich für die Bestimmung von "Irrealität" eine ganze Skala von Werten, die durch die semiotischen Parameter in den Grenzen der Transpositionen und der jeweiligen semiotischen Kontexturen eindeutig bestimmt sind. Wir stellen daher im folgenden alle 48 Erscheinungsformen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) als semiotische Funktions-Graphen dar, wobei wir jeweils Zeichenklasse und Realitätsthematik im selben Graphen eintragen.

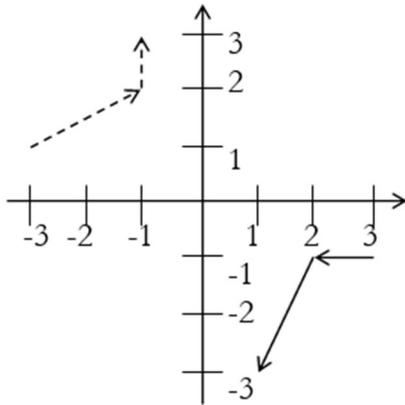
3.1 2.1 1.3 × 3.1 1.2 1.3



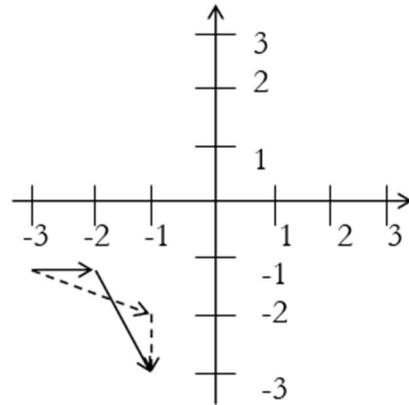
-3.1 -2.1 -1.3 × 3.-1 1.-2 1.-3



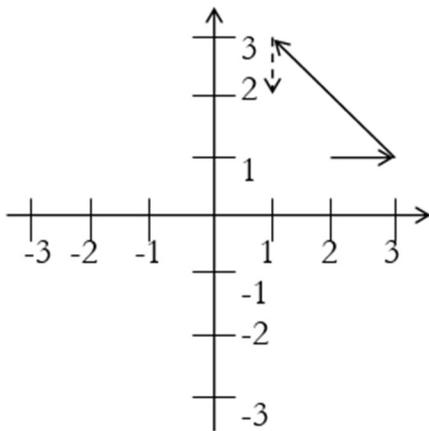
3.-1 2.-1 1.-3 × -3.1 -1.2 -1.3



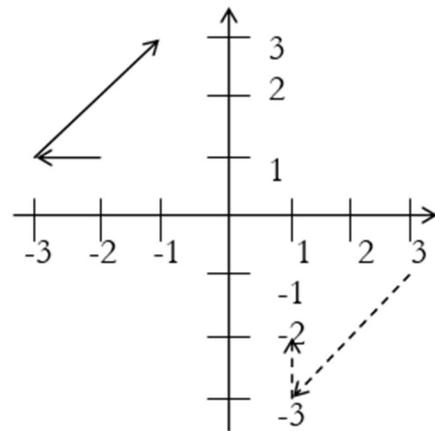
-3.-1 -2.-1 -1.-3 × -3.-1 -1.-2 -1.-3



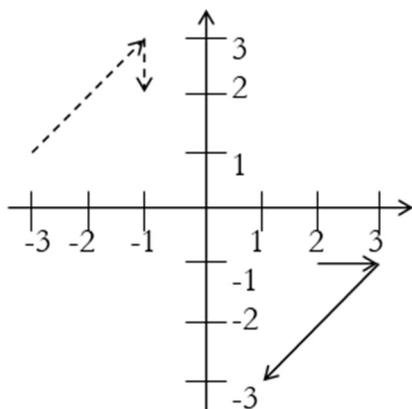
2.1 3.1 1.3 × 3.1 1.3 1.2



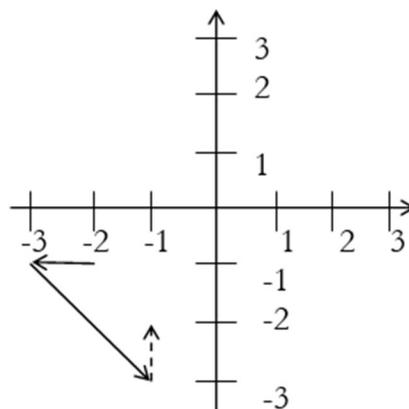
-2.1 -3.1 -1.3 × 3.-1 1.-3 1.-2



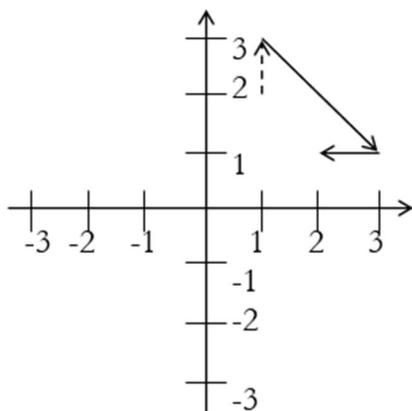
$$2.-1 \ 3.-1 \ 1.-3 \times \underline{-3.1} \ \underline{-1.3} \ \underline{-1.2}$$



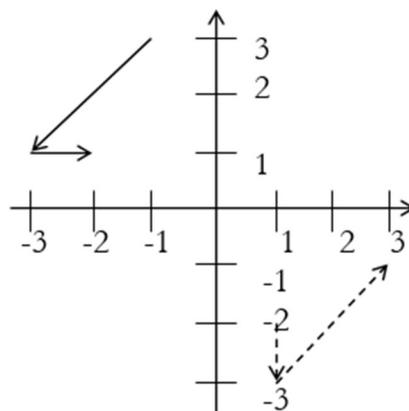
$$-2.-1 \ -3.-1 \ -1.-3 \times \underline{-3.1} \ \underline{-1.3} \ \underline{-1.2}$$



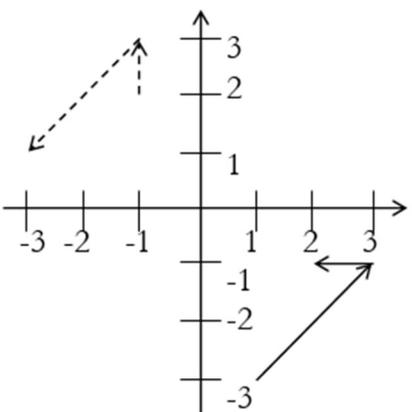
$$1.3 \ 3.1 \ 2.1 \times \underline{1.2} \ \underline{1.3} \ 3.1$$



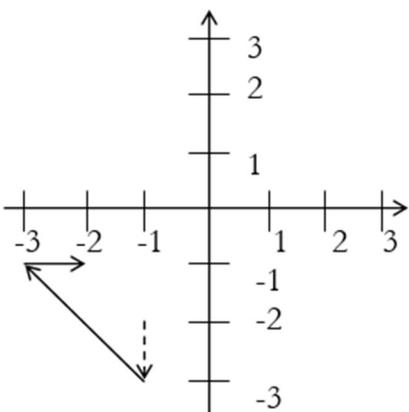
$$-1.3 \ -3.1 \ -2.1 \times \underline{1.-2} \ \underline{1.-3} \ 3.-1$$



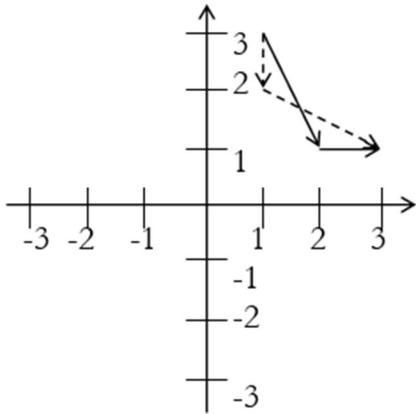
$$1.-3 \ 3.-1 \ 2.-1 \times \underline{-1.2} \ \underline{-1.3} \ -3.1$$



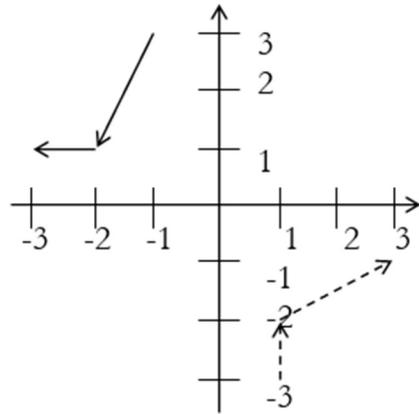
$$-1.-3 \ -3.-1 \ -2.-1 \times \underline{-1.-2} \ \underline{-1.-3} \ -3.-1$$



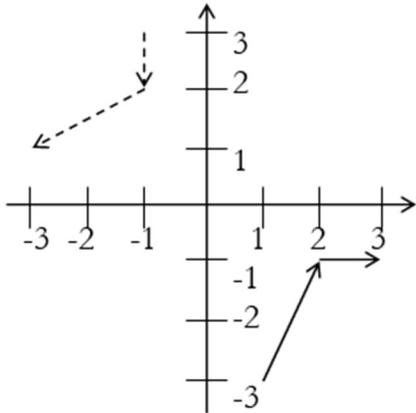
1.3 2.1 3.1 × 1.3 1.2 3.1



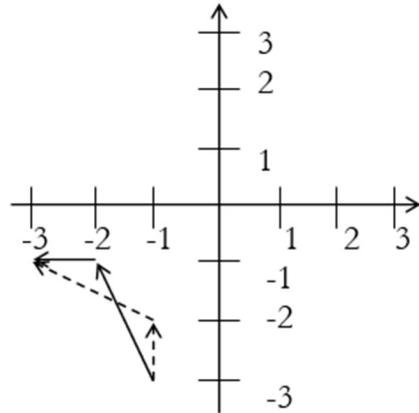
-1.3 -2.1 -3.1 × 1.-3 1.-2 3.-1



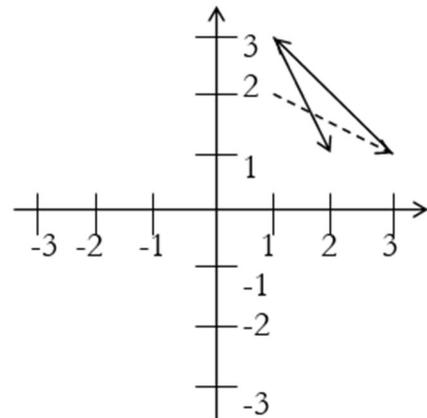
1.-3 2.-1 3.-1 × -1.3 -1.2 -3.1



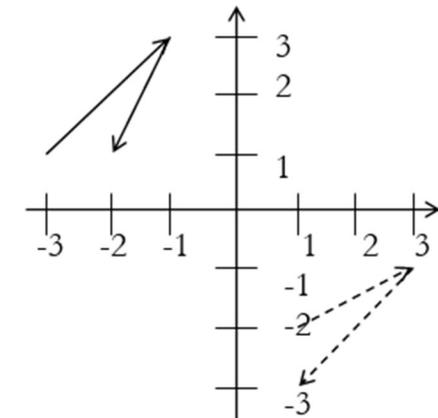
-1.-3 -2.-1 -3.-1 × -1.-3 -1.-2 -3.-1



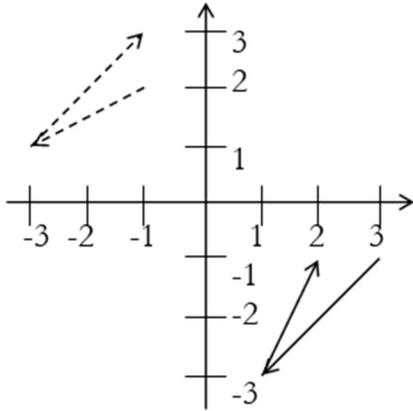
3.1 1.3 2.1 × 1.2 3.1 1.3



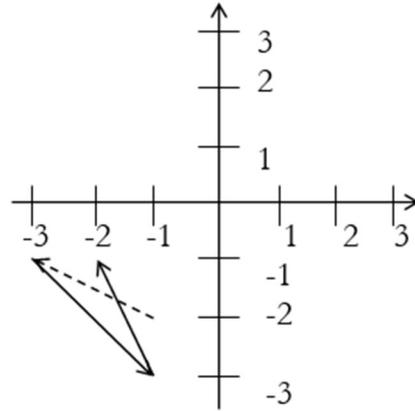
-3.1 -1.3 -2.1 × 1.-2 3.-1 1.-3



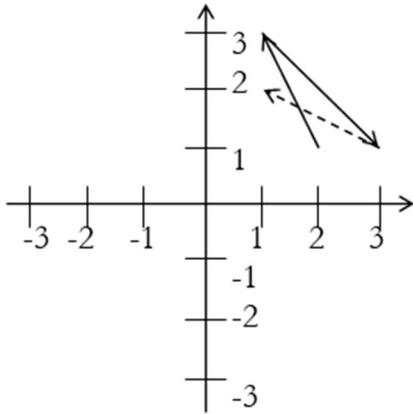
3.-1 1.-3 2.-1 \times -1.2 -3.1 -1.3



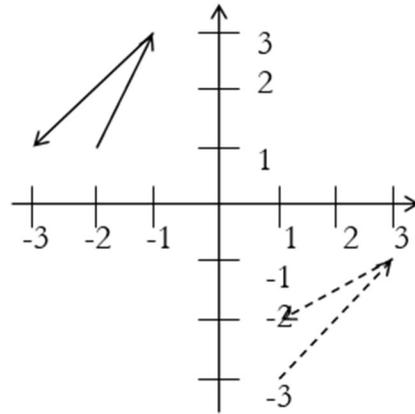
-3.-1 -1.-3 -2.-1 \times -1.2 -3.1 -1.3



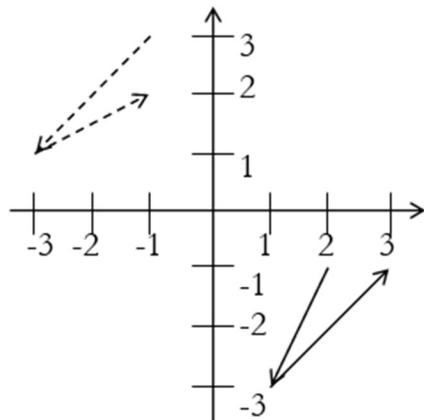
2.1 1.3 3.1 \times 1.3 3.1 1.2



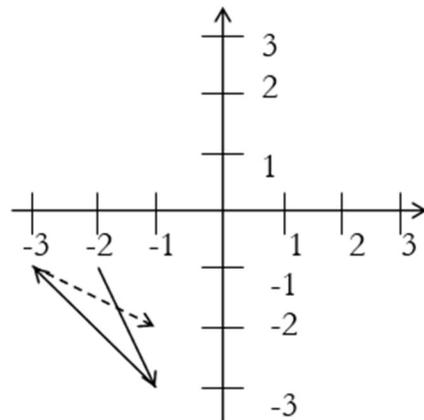
-2.1 -1.3 -3.1 \times 1.3 3.1 1.2



2.-1 1.-3 3.-1 \times -1.3 -3.1 -1.2



-2.-1 -1.-3 -3.-1 \times -1.3 -3.1 -1.2

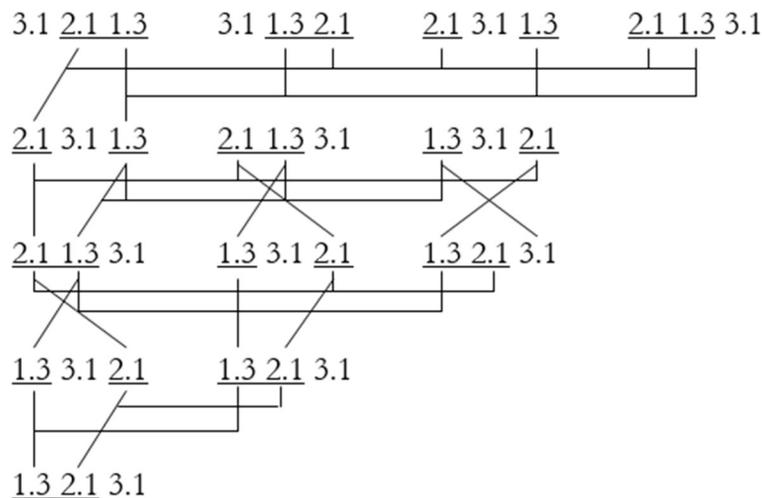


5. Die semiotische Geisterbahn

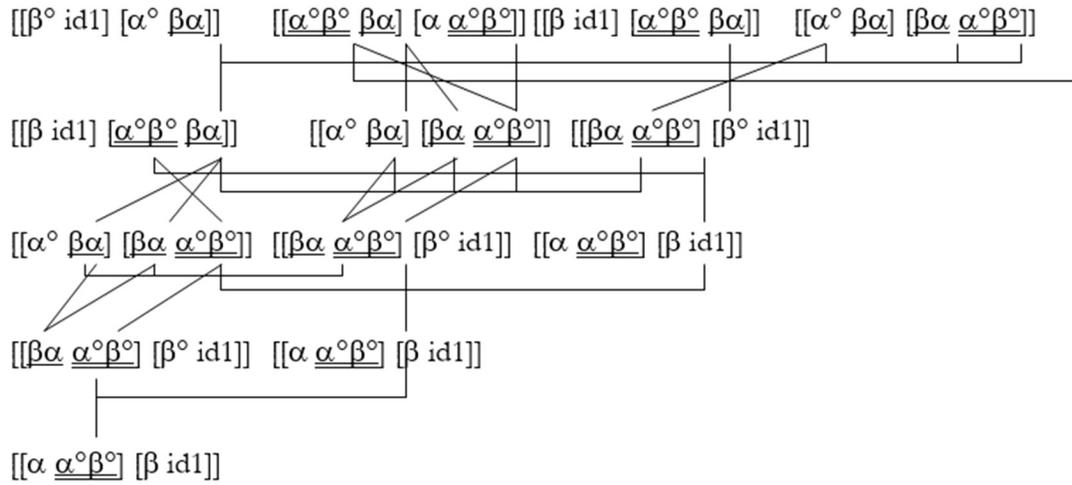
Nach dem Gesetz der Trichotomischen Triaden (vgl. Walther 1982) sind alle Zeichenklassen und Realitätsthematiken durch mindestens ein Subzeichen mit der eigenrealen dual-identischen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) verbunden. Wie wir in Kap. 1 gesehen haben, gibt es jedoch kein solches Gesetz des minimalen Zusammenhanges bei dynamischen Zusammenhängen, denn unter den Kombinationen von Transpositionen und dualen Transpositionen finden sich zahlreiche Fälle, wo es keine dyadischen Zusammenhänge gibt. An solchen Stellen ist also innerhalb eines semiotischen Netzwerkes die semiotische Information unterbrochen. Um das semiotische System, das wegen seiner Symmetrien zahlreiche Feedbacks besitzt (vgl. Toth 2008a), nicht zusammenbrechen bzw. in einer semiotischen Katastrophe enden zu lassen, muss jeweils auf eine duale oder nicht-duale Transposition ausgewichen werden. Diese Möglichkeit steht allerdings auch dann immer offen, wenn die semiotische Information an keiner Stelle abgebrochen ist. Wir stellen somit im folgenden einige ausgewählte Fahrten durch das semiotische Spiegelkabinett dar, wobei sich der Begriff "Fahrt" durch die eine Bewegung implizierenden Semiosen bei dynamischen Zeichenzusammenhängen legitimiert. Da eine Fahrt durch das semiotische Spiegelkabinett somit zahlreiche Begegnungen mit den oben vorgestellten semiotischen Geistern impliziert, spreche ich bei den folgenden Netzwerken in Anlehnung an eigene frühere Arbeiten von semiotischen Geisterbahnen (vgl. Toth 1998, 2000).

Die folgenden kleinen semiotischen Netzwerke zeigen die dyadisch-dynamischen Zusammenhänge anhand der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) gesondert zwischen Transpositionen allein, dualen Transpositionen allein und zwischen Transpositionen und dualen Transpositionen gemischt:

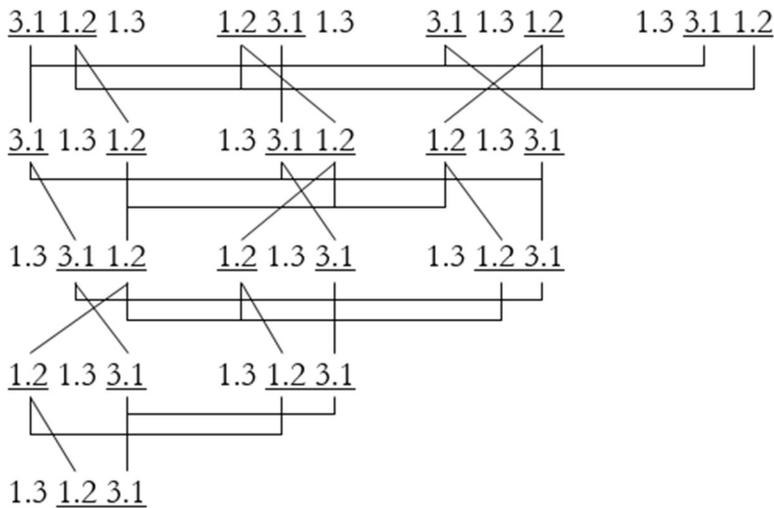
1. Transpositionen vs. Transpositionen:

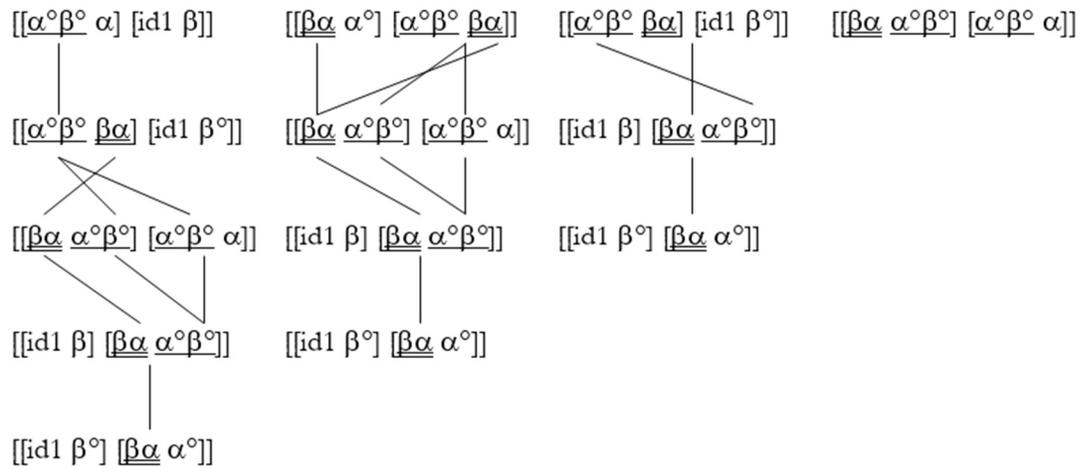


Da die beste Darstellungsweise dynamisch-dyadischer Semiosen durch semiotische Morphismen geschieht, kann man das obige Netzwerk auch wie folgt darstellen:

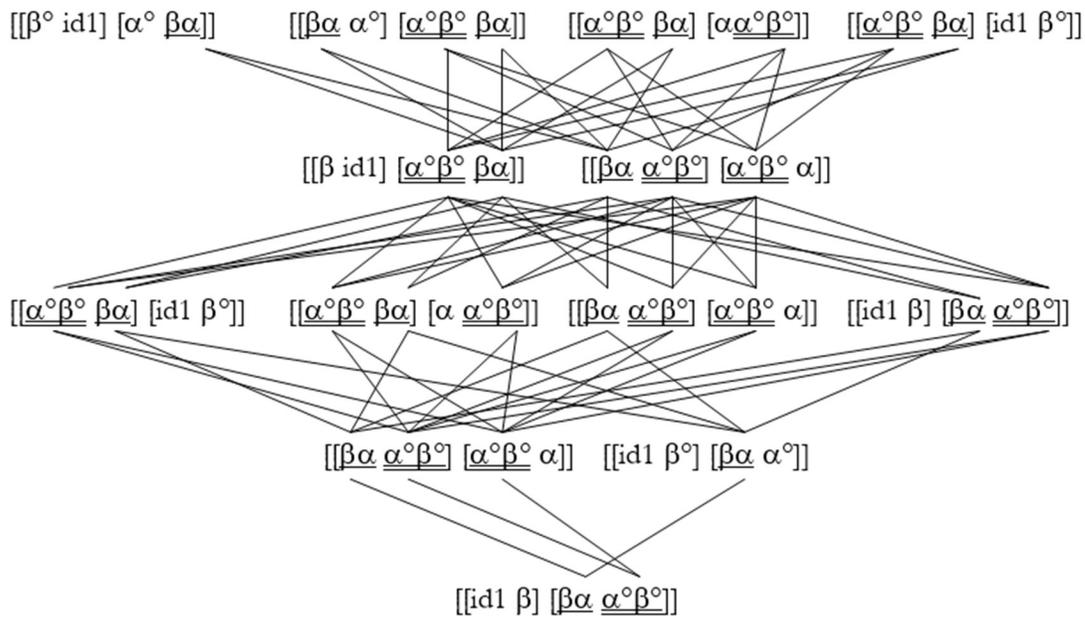
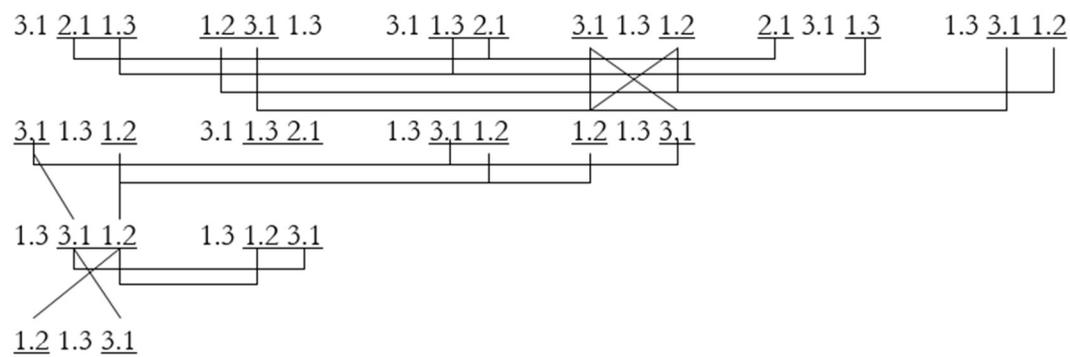


2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

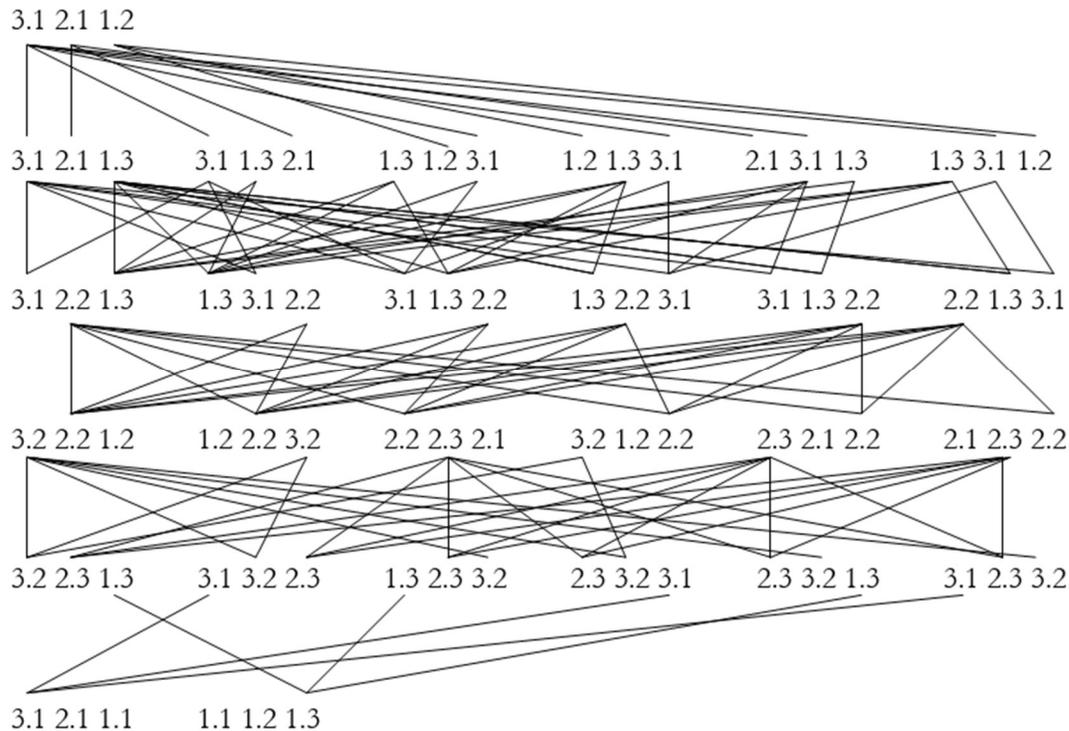




3. Transpositionen vs. duale Transpositionen



Im folgenden Netzwerk, das einige der semiotischen Pfade auf dem Weg von (3.1 2.1 1.2) nach (3.1 2.1 1.1) über (3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.3), (3.2 2.2 1.2) und (3.2 2.3 1.3) zeigt, sind die horizontalen Geleise aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen:



In einer semiotischen Geisterbahn ist es also sehr einfach, auf ein falsches Geleise zu kommen. Allerdings bieten sich meistens Wege zur Rückkehr, nur sind die semiotischen Geister trügerisch. Wie in einem Eisenbahnnetz gibt es parallele Spuren, Weichen, Stumpengeleise, Abzweigungen; selbst Kreisfahrten sind möglich. Dabei ist es wichtig zu betonen, dass prinzipiell keiner der Pfade durch diese Netzwerke Priorität gegenüber anderen beanspruchen kann, denn was semiotisches Objekt ist und was die semiotischen Geister sind, entscheidet ja der sich stets verändernde momentane Standpunkt des Beobachters, also des Fahrgastes in der Gondel der Geisterbahn.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976, 1979, 1980

Lachièze-Rey Marc, Cosmic topology. 2003.

<http://citeseer.ist.psu.edu/cache/papers/cs/13261/http%3A%2F%2FzSzzSzotokar.troja.mff.cuni.czzSzvedazSzgr-qczSz96zSz05zSz9605010.pdf/cosmic-topology.pdf>

Toth, Alfred, Die Wiener Prater-Geisterbahn zu Basel. Zürich 1998

Toth, Alfred, Geisterbahnsemiotik. In: Semiotische Berichte 24, 2000, S. 381-402

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Formales Modell einer kybernetischen Semiotik. Tucson, AZ, 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (= 2008b)

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Weeks, Jeffrey, The Poincaré dodecahedral space and the mystery of the missing fluctuations. In:
Notes of the American Mathematical Society 51/6, 2004, S. 610-619

Die Auslöschung der semiotischen Substanz

1. Wir gehen aus von der triadisch-trichotomischen Semiotik von Peirce und Bense und bestimmen als Elemente einer semiotischen Kategorie deren Objekte und Morphismen wie folgt:

$$\text{Objekte} = \{3, 2, 1.\}$$

$$\text{Morphismen} = \{\text{id1}, \alpha, \beta\alpha, \alpha^\circ, \text{id2}, \beta, \alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ, \text{id3}\}$$

2. Wir gehen ferner von der folgenden Definition der Zeichenrelation aus

$$\text{ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{1, 2, 3\} \text{ und } a \leq b \leq c,$$

d.h. ZR ist ein Tripel von Paaren, welche cartesische Produkte der Menge $P = \{1, 2, 3\}$ in sich selbst ist, d.h. es gilt $\text{ZR} \subset P \times P$. Damit bekommen wir

$$(3.a) = \{3.1, 3.2, 3.3\}.$$

Weil ZR ein Poset ist, haben wir

$$[(3.a) = (3.1)] \rightarrow [(2.b) = \{(2.1), (2.2), (2.3)\}];$$

$$[(3.a) = (3.2)] \rightarrow [(2.b) = \{(2.2), (2.3)\}];$$

$$[(3.a) = (3.3)] \rightarrow [(2.b) = \{(2.3)\}].$$

$$[(2.b) = (2.1)] \rightarrow [(1.c) = \{(1.1), (1.2), (1.3)\}];$$

$$[(2.b) = (2.2)] \rightarrow [(1.c) = \{(1.2), (1.3)\}];$$

$$[(2.b) = (2.3)] \rightarrow [(1.c) = \{(1.3)\}],$$

d.h. es gilt

$$[\alpha^\circ\beta^\circ] \rightarrow \{[\alpha^\circ], [\text{id2}], [\beta]\} \quad [\alpha^\circ] \rightarrow \{[\text{id1}], [\alpha], [\beta\alpha]\}$$

$$[\beta^\circ] \rightarrow \{[\text{id2}], [\beta]\} \quad [\text{id2}] \rightarrow \{[\alpha], [\beta\alpha]\}$$

$$[\text{id3}] \rightarrow \{[\beta]\} \quad [\beta] \rightarrow \{[\beta\alpha]\}.$$

Daraus folgt also

$$[\alpha^\circ\beta^\circ] \rightarrow \{\{[\text{id1}], [\alpha], [\beta\alpha]\}, \{[\alpha], [\beta\alpha]\}, \{[\beta\alpha]\}\}$$

$$[\beta^\circ] \rightarrow \{\{[\alpha], [\beta\alpha]\}, \{[\beta\alpha]\}\}$$

$$[\text{id3}] \rightarrow \{[\beta\alpha]\}$$

Nun ist wegen Toth (2008b)

$$(1.1) \square\square 1\downarrow \quad (2.1) \square\square 2\rightarrow \quad (3.1) \square\square 3\rightarrow$$

$$(1.2) \square\square \leftarrow 1\rightarrow \quad (2.2) \square\square 2\downarrow \quad (3.2) \square\square \leftarrow 3\rightarrow$$

$$(1.3) \square\square \leftarrow 1 \quad (2.3) \square\square \leftarrow 2 \quad (3.3) \square\square 3\downarrow$$

Wir bekommen also

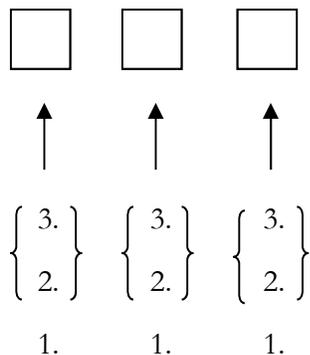
$$[3\rightarrow] \rightarrow \{ \{ [1\downarrow], [\leftarrow 1\rightarrow], [\leftarrow 1] \}, \{ [\leftarrow 1\rightarrow], [\leftarrow 1] \}, \{ [\leftarrow 1] \} \}$$

$$[\leftarrow 3\rightarrow] \rightarrow \{ \{ [\leftarrow 1\rightarrow], [\leftarrow 1] \}, \{ [\leftarrow 1] \} \}$$

$$[3\downarrow] \rightarrow \{ [\leftarrow 1] \},$$

d.h. dies ist das allgemeine Schema der Kombination von Zeichenklassen aus dyadischen Subzeichen, beginnend mit der Drittheit (nach der Peirceschen Pragmatischen Maxime). Hierbei haben wir nun jedoch jegliche Substanz ausgelöscht, oder kategoriethoretisch gesprochen: sogar die Objekte sind nun durch Morphismen ersetzt; wir können jetzt also wirklich mit Mac Lane (1972, S. iii) “mit Pfeilen rechnen”.

Es geht aber noch weiter, denn in Toth (2008a, S. 159 ff.) hatten wir die grundsätzliche Permutabilität der triadischen Hauptwerte von $ZR_{3,3}$ gezeigt. Somit kann man die obigen Implikate natürlich ebenfalls permutieren, denn es gilt ja



3. In Toth (2008a, S. 159 ff.) hatten wir ferner gezeigt, dass es nicht genügt, die Subzeichen jeder Zeichenklasse durch je einen Morphismus zu ersetzen, sondern sie müssen durch Paare von Morphismen ersetzt werden, indem die dynamischen Semiosen zwischen den paarweisen Dyaden berechnet werden:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \equiv [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2) \equiv [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \equiv [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$$

$$(3.1\ 2.2\ 1.2) \equiv [[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \text{id}2]]$$

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$$

$$(3.1\ 2.3\ 1.3) \equiv [[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, \text{id}3]]$$

$$(3.2\ 2.2\ 1.2) \equiv [[\beta^\circ, \text{id}2], [\alpha^\circ, \text{id}2]]$$

$$(3.2\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta^\circ, \text{id}2], [\alpha^\circ, \beta]]$$

$$(3.2\ 2.3\ 1.3) \equiv [[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, \text{id}3]]$$

$$(3.3\ 2.3\ 1.3) \equiv [[\beta^\circ, \text{id}3], [\alpha^\circ, \text{id}3]]$$

Wie man nun aber sieht, sind in $[[\beta^\circ, -], [\alpha^\circ, -]]$ die beiden initialen Morphismen redundant. Wir können sie also o.B.d.A. ersetzen und dabei durch die in Toth (2008b) eingeführte Pfeil-Notation substituieren:

$$(3.1\ 2.1\ 1.1) \rightarrow [[\text{id}1], [\text{id}1]] \equiv [1\downarrow, 1\downarrow]$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.2) \rightarrow [[\text{id}1], [\alpha]] \equiv [1\downarrow, \leftarrow 1 \rightarrow]$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow [[\text{id}1], [\beta\alpha]] \equiv [1\downarrow, \leftarrow 1]$$

$$(3.1\ 2.2\ 1.2) \rightarrow [[\alpha], [\text{id}2]] \equiv [\leftarrow 1 \rightarrow, 2\downarrow]$$

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow [[\alpha], [\beta]] \equiv [\leftarrow 1 \rightarrow, \leftarrow 2]$$

$$(3.1\ 2.3\ 1.3) \rightarrow [[\beta\alpha], [\text{id}3]] \equiv [\leftarrow 1, 3\downarrow]$$

$$(3.2\ 2.2\ 1.2) \rightarrow [[\text{id}2], [\text{id}2]] \equiv [2\downarrow, 2\downarrow]$$

$$(3.2\ 2.2\ 1.3) \rightarrow [[\text{id}2], [\beta]] \equiv [2\downarrow, \leftarrow 2]$$

$$(3.2\ 2.3\ 1.3) \rightarrow [[\beta], [\text{id}3]] \equiv [\leftarrow 2, 3\downarrow]$$

$$(3.3\ 2.3\ 1.3) \rightarrow [[\text{id}3], [\text{id}3]] \equiv [3\downarrow, 3\downarrow]$$

Wir kommen also zum Schluss, dass wir sowohl statische Subzeichen als auch dynamische Morphismen und damit also sowohl semiotische Objekte als auch semiotische Morphismen in reine Form auflösen können. Der hierdurch gewonnene substanzlose Formalismus der klassischen Semiotik ist also eine Möglichkeit, die Materialgebundenheit der Zeichen im Sinne des semiotischen Wertformalismus zu eliminieren, denn "jede Materialgebundenheit muss einen Formalismus logisch schwächen. Ein Formalismus ohne Werte müsste logisch stärker sein und könnte deshalb auch Phänomene umfassen, die heute noch als unzugänglich für jeden Kalkül gelten" (Günther 1976, S. 213 f.).

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Ein Notationssystem für semiotische Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semotics, 2008b

Substanzlose semiotische Referenz

1. In Toth (2008b, c) wurde gezeigt, dass man unter Verwendung eines rein relationalen, auf den Vermittlungscharakter des Zeichens abstützenden Pfeil-Systems den semiotischen Wertformalismus und damit semiotische Substanz soweit auflösen kann, dass man die trichotomischen Stellenwerte durch Morphismen ersetzt:

$$\begin{array}{lll}
 (1.1) \equiv 1 \downarrow & (2.1) \equiv 2 \rightarrow & (3.1) \equiv 3 \rightarrow \\
 (1.2) \equiv \leftarrow 1 \rightarrow & (2.2) \equiv 2 \downarrow & (3.2) \equiv \leftarrow 3 \rightarrow \\
 (1.3) \equiv \leftarrow 1 & (2.3) \equiv \leftarrow 2 & (3.3) \equiv 3 \downarrow
 \end{array}$$

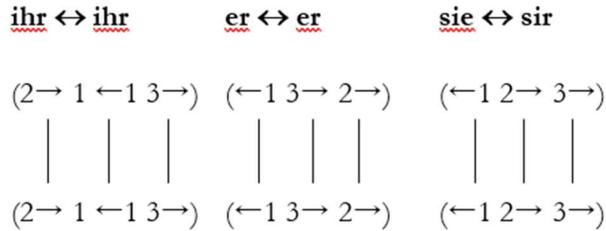
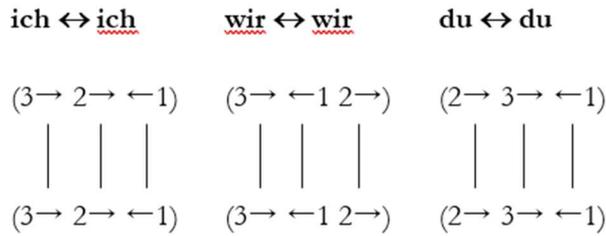
Wie bereits in Toth (2008a, S. 151 ff. u. 155 ff.) gezeigt worden war, kann man die Erstheit, die Zweitheit und die Drittheit und damit die triadischen Hauptwerte der Zeichenrelation als Kontexturen betrachten, so dass durch das obige Vermittlungssystem die semiotische Werts substanz wirklich eliminiert ist.

2. In dem vorliegenden Beitrag soll nun gezeigt werden, wie man semiotische Referenz durch dieses Vermittlungssystem weitgehend redundanzfrei beschreiben kann. Vorausgesetzt wird hier das folgende Korrespondenzschema aus Toth (2008b):

$$\begin{array}{llll}
 (I \rightarrow O \rightarrow M) & \Leftrightarrow & \text{sS-Singular (ich)} & \Leftrightarrow & (3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ \underline{1.2} \ 1.3) \\
 (I \rightarrow M \rightarrow O) & \Leftrightarrow & \text{sS-Plural (wir)} & \Leftrightarrow & (3.1 \ 1.3 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 3.1 \ \underline{1.3}) \\
 (O \rightarrow I \rightarrow M) & \Leftrightarrow & \text{O-Singular (du)} & \Leftrightarrow & (2.1 \ 3.1 \ 1.3) \times (3.1 \ \underline{1.3} \ \underline{1.2}) \\
 (O \rightarrow M \rightarrow I) & \Leftrightarrow & \text{O-Plural (ihr)} & \Leftrightarrow & (2.1 \ 1.3 \ 3.1) \times (\underline{1.3} \ 3.1 \ \underline{1.2}) \\
 (M \rightarrow I \rightarrow O) & \Leftrightarrow & \text{oS-Singular (er/sie)} & \Leftrightarrow & (1.3 \ 3.1 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ \underline{1.3} \ 3.1) \\
 (M \rightarrow O \rightarrow I) & \Leftrightarrow & \text{oS-Plural (sie [m., f.])} & \Leftrightarrow & (1.3 \ 2.1 \ 3.1) \times (\underline{1.3} \ \underline{1.2} \ 3.1),
 \end{array}$$

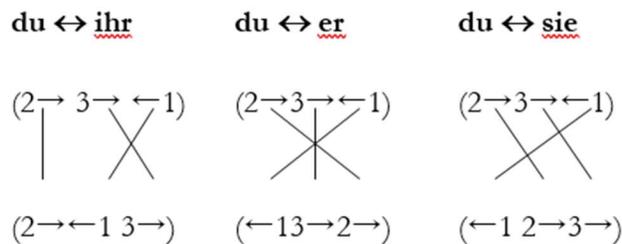
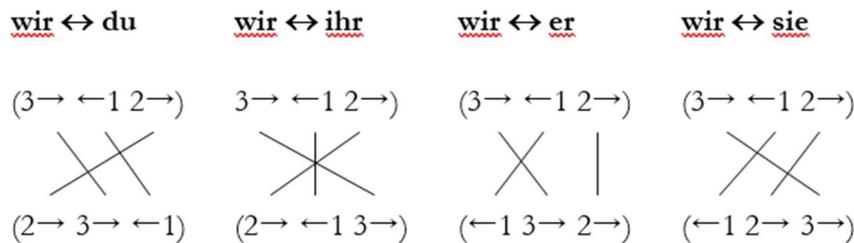
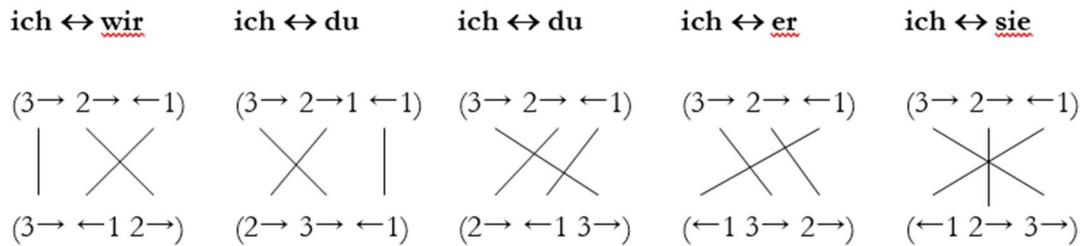
worin also die 6 Permutationen jeder Zeichenklasse mit den erkenntnistheoretischen Relationen subjektives Subjekt, objektives Subjekt, objektives Objekt und subjektives Objekt identifiziert werden.

2.1. Zuerst schauen wir uns jene Fälle an, wo ein subjektives Subjekt auf sich selbst referiert. Im Deutschen und vielen anderen Sprachen wird dies durch reflexive Pronomina ausgedrückt: (ich sehe) mich (selbst), (du siehst) dich (selbst), (er sieht) sich (selbst), usw. Unter Berücksichtigung des obigen Korrespondenzschemas wird also grammatische Reflexivität auf logisch-semiotischer Ebene durch Verbindungen von identischen Permutationen ausgedrückt, d.h. durch Zeichenverbindungen, die einander nicht überkreuzen. Im folgenden steht das Zeichen \leftrightarrow für Referenz.



2.2. In allen übrigen Fällen, d.h. wenn ein subjektives Subjekt auf ein anderes subjektives Subjekt referiert, wenn also die Subjekte nicht identisch sind, finden wir semiotische Verbindungen mit mindestens einer Überkreuzung. Wie in der Grammatik, unterscheiden wir hier zwischen anaphorischer (rückweisender) und kataphorischer (vorausweisender) Referenz:

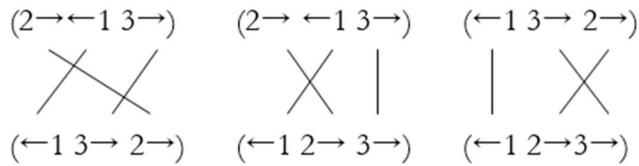
1. Anaphorische Referenz



ihr ↔ wir

ihr ↔ sie

er ↔ sie



2. Kataphorische Referenz

3.

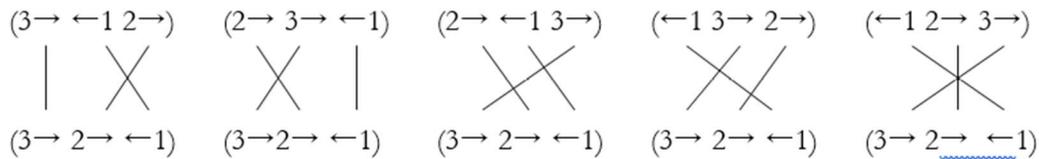
wir ↔ ich

du ↔ ich

ihr ↔ ich

er ↔ ich

sie ↔ ich



Da die Schemata der logisch-semiotischen Verbindungen für anaphorische und kataphorische Referenz durch einfachen Austausch der oberen und der unteren Permutationen gewonnen werden, brauchen wir die restlichen 10 Fälle nicht aufzuzeigen. Allerdings merken wir, dass die folgenden logisch-semiotischen Referenz-Schemata den gleichen Thematisierungstyp haben:

(ich ↔ wir) = (du ↔ du) = (er ↔ sie)

(ich ↔ du) = (wir ↔ er) = (ihr ↔ sie)

(ich ↔ ihr) = (wir ↔ sie) = (ihr ↔ er)

(ich ↔ er) = (wir ↔ du) = (du ↔ sie)

(ich ↔ sie) = (wir ↔ ihr) = (du ↔ er)

Auf grammatischer Ebene bedeutet das, dass die semiotischen Repräsentationen z.B. der folgenden deutschen Sätze

Ich sehe dich.

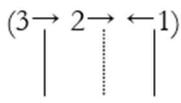
Wir sehen sie.

Du siehst ihn/sie.

identisch sind, d.h. ihre entsprechenden Repräsentationsschemata weisen den gleichen Typ von Zeichenverbindungen auf.

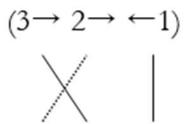
3. Wenn wir alle 6 subjektiven Subjekte mit allen 6 Objekten kombinieren, bekommen wir die folgenden 36 Typen von logisch-semiotischer Referenz, von denen nur die Verbindungen der gleichen kategorialen Typen von subjektiven Subjekten und Objekten keine Überkreuzungen aufweisen:

ich ↔ es-ich



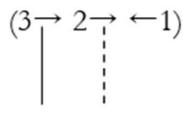
(3 → ←1 → ←1)

ich ↔ es-wir



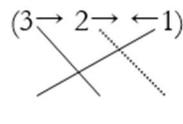
(←1 → 3 → ←1)

ich ↔ es-du



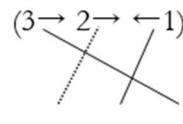
(3 → ←1 ←1 →)

ich ↔ es-ihr



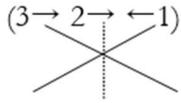
(←1 3 → ←1 →)

I ↔ es-er



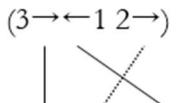
(←1 → ←1 3 →)

ich ↔ es-sie



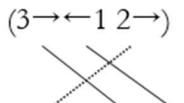
(←1 ←1 → 3 →)

wir ↔ es-ich



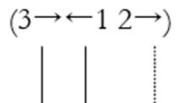
(3 → ←1 → ←1)

wir ↔ es-wir



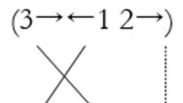
(←1 → 3 → ←1)

wir ↔ es-sie



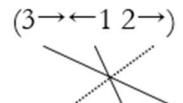
(3 → ←1 ←1 →)

wir ↔ es-ihr



(←1 3 → ←1 →)

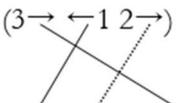
wir ↔ es-er



(←1 → ←1 3 →)

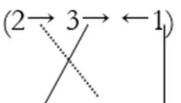
wir ↔

wir ↔ es-sie



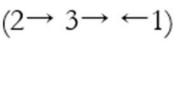
(←1 ←1 → 3 →)

du ↔ es-ich



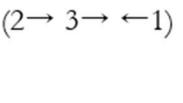
(3 → ←1 → ←1)

du ↔ es-wir



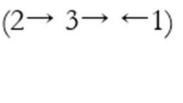
(←1 → 3 → ←1)

du ↔ es-du



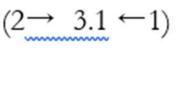
(3 → ←1 ←1 →)

du ↔ es-ihr



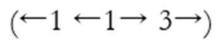
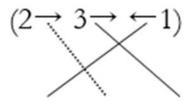
(←1 3 → ←1 →)

du ↔ es-er

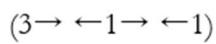
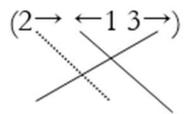


(←1 → ←1 3 →)

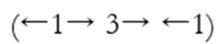
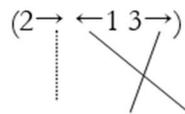
du ↔ es-sie



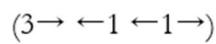
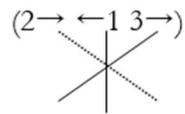
du ↔ es-ich



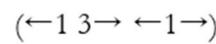
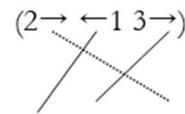
du ↔ es-wir



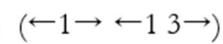
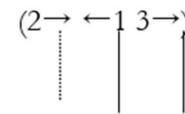
du ↔ es-du



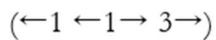
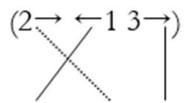
du ↔ es-ihr



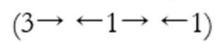
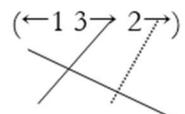
du ↔ es-er



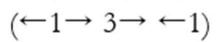
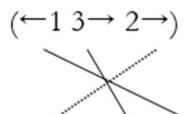
du ↔ es-sie



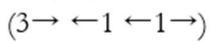
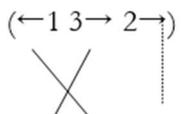
er ↔ es-ich



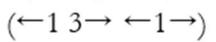
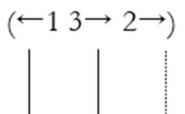
er ↔ es-wir



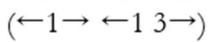
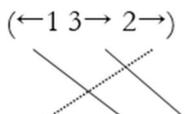
er ↔ es-du



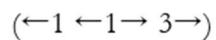
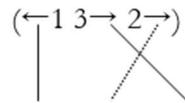
er ↔ es-ihr



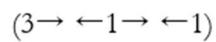
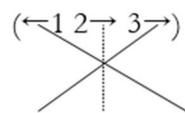
er ↔ es-er



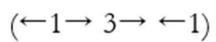
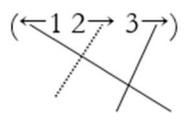
er ↔ es-sie



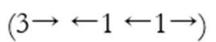
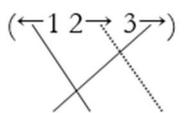
sie ↔ es-ich



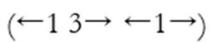
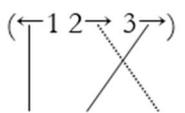
sie ↔ es-wir



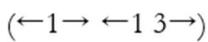
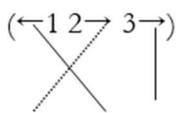
sie ↔ es-du



sie ↔ es-ihr



sie ↔ es-er



Da Referenz und Koreferentialität vor allem in der Spuretheorie innerhalb der generativen Grammatik behandelt werden, liegt hiermit ein konkreter Fall einer “semiotischen Tiefenstruktur” vor, wie sie in linguistischem Zusammenhang bereits in Toth (1993, S. 35 ff.) postuliert worden war.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

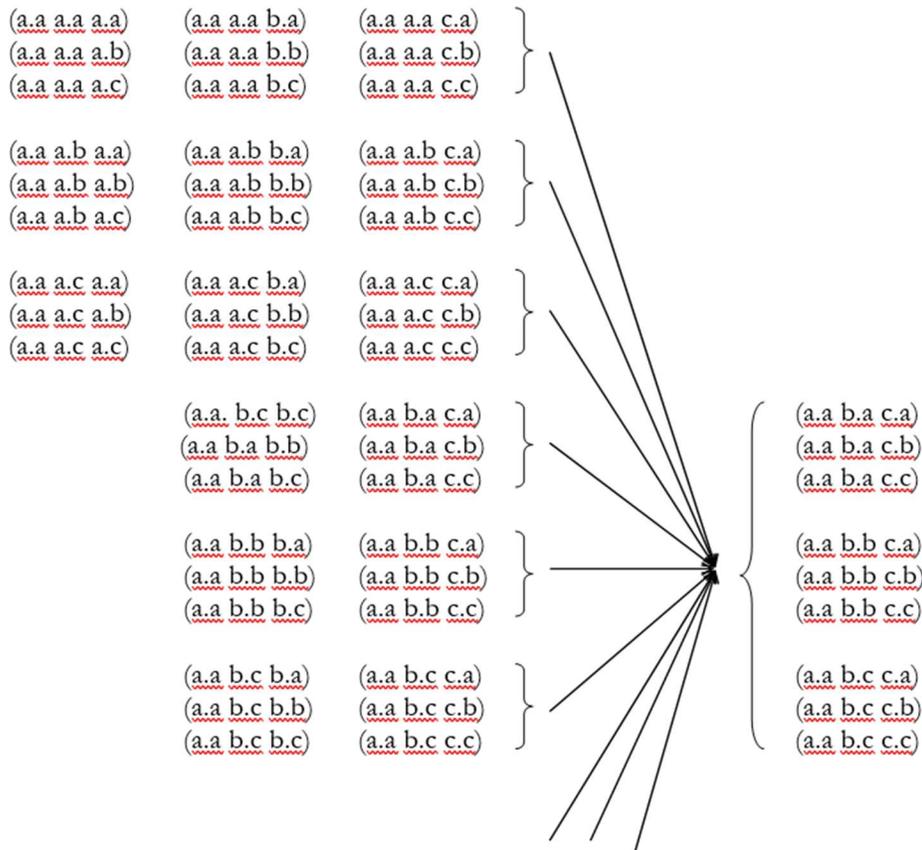
Toth, Alfred, Reference in theoretical Semiotics. In: Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. Bd. 1. Klagenfurt 2008, S. 40-45 (2008b)

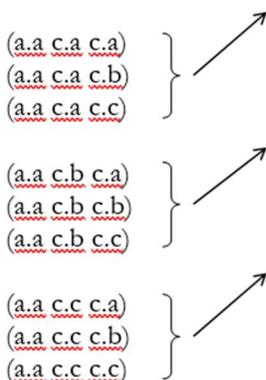
Toth, Alfred, Die Auslöschung der semiotischen Substanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Kategorielle Filterung

1. Während die 10 Zeichenklassen beim Übergang vom semiotischen in den präsemiotischen Raum gefasert werden, werden die Sinnklassen bei den beiden Übergängen zu den Bedeutungs- und den Zeichenklassen gefiltert. Während allerdings die Faserung die Erweiterung der triadischen in tetradische Relationen bewirkt (vgl. Toth 2008b, S. 202 ff.), wobei sich die Menge der Zeichenklassen nicht verändert, bewirken die beiden Filterungen eine Reduktion der Menge der Sinn- und der Bedeutungsklassen, wogegen deren triadische Struktur erhalten bleibt (Toth 2009a, b). Im folgenden sollen die Haupttypen der kategoriellen Übergänge bei den Transformationen der Sinn- in die Bedeutungsklassen sowie der Bedeutungsklassen in die Zeichenklassen aufgezeigt werden. Vorausgesetzt wird die Theorie der dynamischen semiotischen Morphismen, die in Toth (2008a, S. 159 ff.) eingeführt worden war.

2. Wir betrachten erstens die kategoriellen Transformationen zwischen den 243 Sinn- und den 27 Bedeutungsklassen und gehen dazu von dem folgenden abstrakten Schema aus, welches für die 9 semiotischen Haupttypen steht:





Wie in Toth (2009a) ausgeführt, können anstelle von (a, b, c) sämtliche 9 dyadischen Partialrelationen stehen. Wenn wir sie durch willkürlich gewählte Symbole ersetzen, können wir die obigen 54 Abbildungen auf die folgenden 9 zurückführen:

$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.a c.a) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright a], [\bullet c, \circ a]]$$

$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.a c.b) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright a], [\bullet c, \circ b]]$$

$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.a c.c) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright a], [\bullet c, \circ c]]$$

$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.b c.a) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright b], [\bullet c, \circ a]]$$

$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.b c.b) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright b], [\bullet c, \circ b]]$$

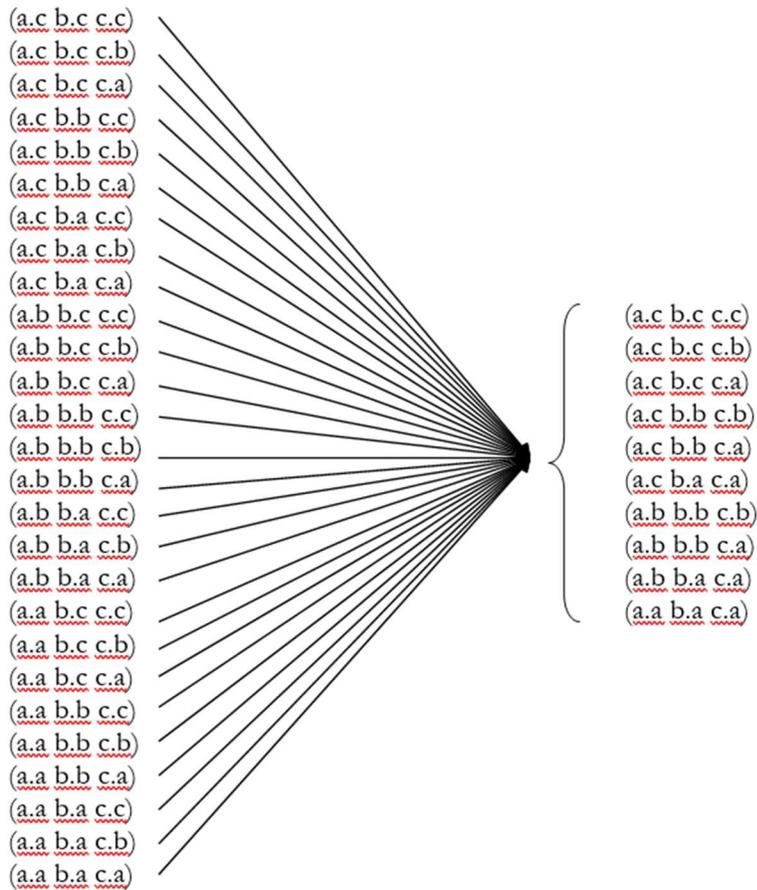
$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.b c.c) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright b], [\bullet c, \circ c]]$$

$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.c c.a) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright c], [\bullet c, \circ a]]$$

$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.c c.b) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright c], [\bullet c, \circ b]]$$

$$(\blacksquare \square \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.c c.c) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright c], [\bullet c, \circ c]]$$

3. Zweitens betrachten wir nun die kategoriellen Transformationen zwischen den 27 Bedeutungsklassen und den 10 Zeichenklassen. Die folgenden Fälle sind möglich:



Wenn wir wie oben vorgehen und die dyadischen Partialrelationen durch Paare von willkürlich gewählten Symbolen ersetzen, erhalten wir die folgenden 10 Typen:

- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.c b.c c.c) = [[\blacksquare a, \square c], [\blacktriangle b, \blacktriangleright c], [\bullet c, \circ c]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.c b.c c.b) = [[\blacksquare a, \square c], [\blacktriangle b, \blacktriangleright c], [\bullet c, \circ b]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.c b.c c.a) = [[\blacksquare a, \square c], [\blacktriangle b, \blacktriangleright c], [\bullet c, \circ a]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.c b.b c.b) = [[\blacksquare a, \square c], [\blacktriangle b, \blacktriangleright b], [\bullet c, \circ b]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.c b.b c.a) = [[\blacksquare a, \square c], [\blacktriangle b, \blacktriangleright b], [\bullet c, \circ a]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.c b.a c.a) = [[\blacksquare a, \square c], [\blacktriangle b, \blacktriangleright a], [\bullet c, \circ a]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.b b.b c.b) = [[\blacksquare a, \square b], [\blacktriangle b, \blacktriangleright b], [\bullet c, \circ b]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.b b.b c.a) = [[\blacksquare a, \square b], [\blacktriangle b, \blacktriangleright b], [\bullet c, \circ a]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.b b.a c.a) = [[\blacksquare a, \square b], [\blacktriangle b, \blacktriangleright a], [\bullet c, \circ a]]$
- $(\blacksquare \blacktriangle \blacktriangleright \bullet \circ) \rightarrow (a.a b.a c.a) = [[\blacksquare a, \square a], [\blacktriangle b, \blacktriangleright a], [\bullet c, \circ a]]$

Die Kombinationen der Abbildungen von $\{\blacksquare, \square, \blacktriangle, \blacktriangleright, \bullet, \circ\} \rightarrow \{a, b, c\}$ mit $a, b, c \in \{M, O, I\}$ bzw. $\{.1., .2., .3.\}$, d.h. kürzer $\{\blacksquare, \square, \blacktriangle, \blacktriangleright, \bullet, \circ\} \rightarrow \{.1., .2., .3.\}$ sind nach Toth (2008a, S. 159 ff.) Elemente der kategoriellen semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} \text{id1} & \alpha & \beta\alpha \\ \alpha^\circ & \text{id2} & \beta \\ \alpha^\circ\beta^\circ & \beta^\circ & \text{id3} \end{pmatrix}$$

so dass die 9 bzw. 10 semiotischen Transformationstypen der Abbildungen der Sinn- auf die Bedeutungsklassen bzw. der Bedeutungs- auf die Zeichenklassen die minimalen Strukturen der kategoriellen Filterungen auf dem Abbildungsprozess der Entstehung von Zeichen aus Sinn darstellen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Die Entstehung von Zeichen aus Sinn. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

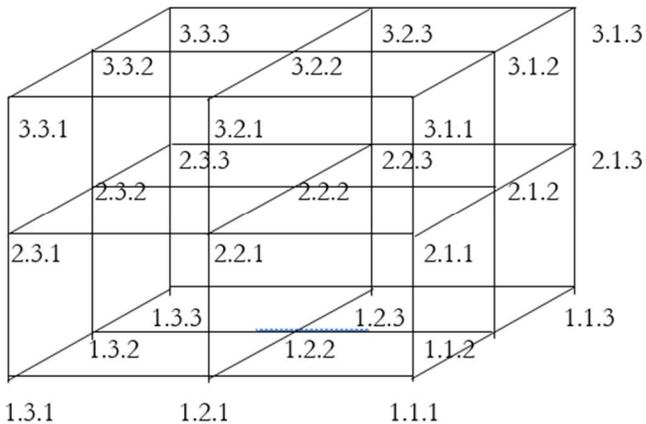
Toth, Alfred, Zwei Formen von Semiose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Kategorien und kürzeste Pfade in drei Dimensionen

1. Wie aus meinen früheren Arbeiten nunmehr bekannt sein dürfte, hat die dreidimensionale triadische Zeichenklasse die folgende Form

$$3\text{-ZR} = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f)$$

sowie das folgende kubische Gittermodell, das von Stiebing (1978, S. 77) vorgeschlagen worden war



Will man nun die Abstände zwischen zwei Gitterpunkten A und B berechnen, dann kann man dies grundsätzlich auf zwei Arten tun:

1. Mittels Repräsentationswerten, z.B.:

$$\Delta[(1.31) \rightarrow (1.2.1)] = \Delta(5, 4) = 1$$

oder

$$\Delta[(1.2.1) \rightarrow (3.1.1)] = \Delta(4, 5) = 1.$$

Wie man aber schon anhand dieser sehr einfachen Beispiele zeigt, ist diese numerische Berechnungsweise nicht nur hochgradig mehrdeutig, sondern auch nicht aussagekräftig, weil sie nämlich nichts über die Art der Pfade aussagt, denn es handelt sich hier ja nicht um bloße Qualitäten bzw. Längen, sondern sämtliche Pfade sind qualitativ voneinander verschieden.

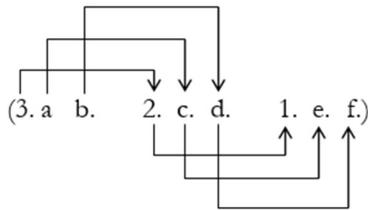
2. Mittels dynamischer semiotischer Morphismen (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.). Hier stellt sich aber das Problem, dass das Berechnungsmuster von

$$2\text{-ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \equiv [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]$$

auf dreidimensionale Zeichen und Zeichengebilde übertragen werden muss. Aus Gründen der Analogie schlagen wir daher folgendes Berechnungsschema vor:

$$3\text{-ZR} = (3.a.b \ 2.c.d \ 1.e.f) \equiv [[(3.2), (a.c), (b.d)], [(2.1), (c.e), (d.f)]]$$

was man wie folgt veranschaulichen könnte:



Dieses Berechnungsverfahren legitimiert sich durch die Tatsache, dass jede Zeichenrelation als eine “Relation über Relationen” eingeführt ist (vgl. Bense 1979, S. 53, 67).

Wenn wir also unsere beiden obigen numerischen Beispiele kategorial berechnen, bekommen wir

$$\Delta[id1, \beta^\circ, id1] \neq \Delta[\beta\alpha, \alpha^\circ, id1].$$

Wenn wir die Abstände zwischen den 27 Gitterpunkten des 3-dimensionalen Simplex auf diese Weise berechnen, laufen wir ausserdem nicht Gefahr, die für qualitative Entitäten und Relationen wichtigen Diagonalen durch quantitative Berechnung zu monokontextualisieren (vgl. Kronthaler 1986, S. 126).

2. Wie Robert Dickau (2002) gezeigt hatte, gibt es in einen $2 \times 2 \times 2$ -Verband, der also aus drei Punkten je Seite wie das Stiebingssche Simplex zusammengesetzt ist, genau 90 kürzeste Pfade:



<http://mathforum.org/advanced/robertd/path3d.html>

Die Berechnungsweise von Gitterpunkten mittels dynamischer Morphismen erlaubt es nun, kürzeste Pfade in einer eindeutigen Weise zu berechnen. Wir geben als Beispiele Nr. 1 und Nr. 90 aus Dickaus Tafel:

Nr. 1

$$[(1.3.1) \rightarrow (1.2.1) \rightarrow (1.1.1) \rightarrow (1.1.2) \rightarrow (1.1.3) \rightarrow (2.1.3) \rightarrow (3.1.3)] \equiv$$

$$[[\text{id}_1, \beta^\circ, \text{id}_1], [\text{id}_1, \alpha^\circ, \text{id}_1], [\text{id}_1, \text{id}_1, \alpha], [\text{id}_1, \text{id}_1, \beta], [\alpha, \text{id}_1, \text{id}_3], [\beta, \text{id}_1, \text{id}_3]]$$

Nr. 90

$$[(1.3.1) \rightarrow (2.3.1) \rightarrow (3.3.1) \rightarrow (3.3.2) \rightarrow (3.3.3) \rightarrow (3.2.3) \rightarrow (3.1.3)] \equiv$$

$$[[\alpha, \text{id}_3, \text{id}_1], [\beta, \text{id}_3, \text{id}_1], [\text{id}_2, \text{id}_3, \alpha], [\text{id}_3, \text{id}_3, \beta], [\text{id}_3, \beta^\circ, \text{id}_3], [\text{id}_3, \alpha^\circ, \text{id}_3]]$$

Wie man anhand dieser zwei Beispiele erahnen kann, sind die natürlichen Transformationen kürzester Pfade in 3-Simplices immer durch zwei identitive Morphismen ausgezeichnet.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Dickau, Robert M., 3D shortest-path diagrams.

<http://mathforum.org/advanced/robertd/path3d.html>

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Verschachtelte 2- und 3-dimensionale semiotische n-Kategorien

1. Herkömmlicherweise (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.) wird jedem im Sinne einer dynamischen Semiose aufgefassten Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix ein semiotischer Morphismus wie folgt zugeordnet:

	.1	.2	.3	}	⇒				
1.	1.1.	1.2	1.3				id1	α	βα
2.	2.1	2.2	2.3				α°	id2	β
3.	3.1	3.2	3.3				α°β°	β°	id3

Mit dieser Methode wird aber die Doppelnatur eines Subzeichens als statisches Subzeichen einerseits und als dynamische Semiose andererseits durcheinandergebracht. Um dies zu zeigen, ordnen wir der Zeichenklasse

(3.1 2.1 1.3)

zunächst Morphismen nach der obigen Methode zu, indem einfach jedes Subzeichen durch den ihm korrespondierenden Morphismus ersetzt wird

(α°β°, α°, βα).

Nun hatte aber schon Bense (1979, S. 53, 67) festgehalten, dass das triadische Zeichen eine verschachtelte Relation aus einer triadischen, einer dyadischen und einer monadischen Relation sei. Wir benötigen demnach verschachtelte Kategorien, die diesem relationalen Umstand Rechnung tragen. Deshalb waren bereits in Toth (2008, S. 159 ff.) sogenannte dynamische Morphismen eingeführt worden, um sie von ihrer statischen Verwendung im letzten Beispiel zu unterscheiden. Bei dynamischen Morphismen wird der Verschachtelung von Relationen wie folgt Rechnung getragen:

(3.1 2.1 1.3) ⇒ ((3.2), (1.1), (2.1), (1.3)) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]].

Hier handelt es sich also um 2-dimensionale n-Kategorien im Sinne von Baez und Dolan (1998), denn die statischen Subzeichen selbst können natürlich wiederum in Morphismen umgeschrieben werden

((3.1) → (2.1) → (1.3)) ⇒ ((3 → 2) → (1 → 1) → (2 → 1) → (1 → 3)) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]].

2. Etwas komplexer ist die Sachlage bei 3-dimensionalen n-Kategorien. Zunächst ist es bei einer 3-Zkl wie etwa

(3.3.1 1.2.1 2.1.3)

völlig unmöglich, den 3-dimensionalen Subzeichen statische Morphismen zuzuweisen, die ja Abbildungen zweier monadischer Primzeichen sind. Daraus folgt also, dass die aus dem 3-dimensionalen Zeichenkubus von Stiebing (1978) herauslesbaren Zeichenklassen nur mit Hilfe von dynamischen Morphismen erfassbar sind. Allerdings gibt es hier mindestens zwei Möglichkeiten.

2.1. Bei der ersten Möglichkeit werden alternierend von links nach rechts Paare von monadischen Primzeichen aus den (von links nach rechts) in Dyaden abgeteilten Triaden einem der Morphismen aus der obigen kategoriethoretischen Matrix zugewiesen. Auf unser Beispiel angewandt, sähe das so aus:

$$(3.3.1 \ 1.2.1 \ 2.1.3) \Rightarrow ((3.1), (3.2), (1.1)), (1.2), (2.1), (2.3)) \equiv [[\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha, \alpha^\circ, \beta]].$$

Das Ergebnis ist also wie bei 2-Zkln pro Zeichenklasse eine natürliche Transformation, nur dass es bei 3-Zkln eben drei Morphismen pro geordnetem Paar sind und nicht zwei, wie bei 2-Zkln. Trotzdem wird diese Methode dem Sachverhalt, dass hier drei triadische Subzeichen zu einer komplexen triadischen Relation über Relationen verschachtelt sind, nicht gerecht.

2.2. Wir führen daher folgende Methode ein:

$$(3.3.1 \ 1.2.1 \ 2.1.3) \Rightarrow (((3.1), (3.2), (3.1); (3.2), (3.1), (3.3)), ((3.1), (3.2), (3.1), (3.2, 3.1, 3.3)); \\ ((1.1), (1.2), (1.1); (1.2), (1.1), (1.3))) \equiv \\ [[\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}_3], [\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}_3], \\ [\text{id}_1, \alpha, \text{id}_1], [\alpha, \text{id}_1, \beta\alpha]],$$

wobei dies nach dem oben Gesagten eine abkürzende Schreibweise für die n-Kategorie

$$((3 \rightarrow 3 \rightarrow 1), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 1), (2 \rightarrow 1 \rightarrow 3)) \rightarrow (((3 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 2), (3 \rightarrow 1); (3 \rightarrow 2), (3 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 3)), \\ ((3 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 2), (3 \rightarrow 1), (3 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 3)); ((1 \rightarrow 1), (1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 1); (1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 1), (1 \\ \rightarrow 3)))$$

ist. Allgemein wird also eine 3-Zkl

$$(a.3.b \ c.2.d \ e.1.f)$$

wie folgt in eine n-Kategorie aufgelöst:

$$(a.3.b \ c.2.d \ e.1.f) \rightarrow ((a \rightarrow c, (a \rightarrow 2), (a \rightarrow d), (a \rightarrow e), (a \rightarrow 1), (a \rightarrow f); (3 \rightarrow c), (3 \rightarrow 2), (3 \rightarrow d), (a \\ \rightarrow e), (a \rightarrow 1), (a \rightarrow f); (b \rightarrow c), (b \rightarrow 2), (b \rightarrow d), (b \rightarrow e), (b \rightarrow 1), (b \rightarrow f)).$$

Bibliographie

Baez, John C./Dolan, James, Categorification. In: (Getzler, Ezra/Kapranov, Mikhail (Hrsg.), Higher Category Theory. Providence, RI 1998, S. 1-36

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

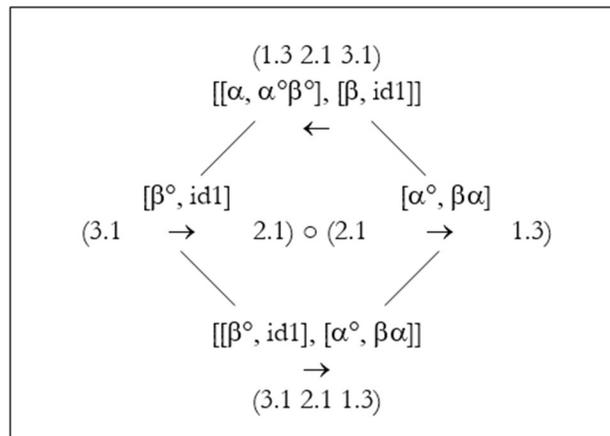
Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

3-dimensionale semiotische Diamanten

1. Das ursprünglich polykontexturale Diamanten-Modell wurde aufgrund der Arbeit von Kaehr (2007) in die Semiotik eingeführt von Toth (2008a) und (2008b, S. 177 ff.). Ein semiotischer Diamant erlaubt die gleichzeitige Darstellung einer Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik, deren morphismische Komposition und deren Heteromorphismus, der in der Semiotik mit der Inversion der Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik zusammenfällt. Das folgende Beispiel zeigt einen der 6 möglichen semiotischen Diamanten für die 2-dimensionale Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):



Die restlichen 5 sind Permutationen. Wenn wir die einzelnen Komponenten dieses Diamanten anschauen, haben wir

2-Zkl: (3.1 2.1 1.3)

Inv(2-Zkl): (1.3 2.1 3.1)

Comp(2-Zkl): (3.1 → 2.1) ◊ (2.1 → 1.3)

Wie man sieht, kann also in einem 2-dimensionalen Diamanten nur entweder eine Zeichenklasse oder eine Realitätsthematik, aber nicht ein Dualsystem dargestellt werden. Ferner ist schon der 2-dimensionale Diamant insofern defektiv, als er die Darstellung inverser Kompositionen nicht erlaubt.

2. Für das allgemeine Schema der Komponenten des 2-dimensionalen semiotischen Diamanten würden wir also erwarten

2-Zkl: (3.a 2.b 1.c)

Inv(2-Zkl): (1.c 2.b 3.a)

(2-Zkl)[°]: (c.1 b.2 a.3)

Inv((2-Zkl)[°]): (a.3 b.2 c.1)

Comp(2-Zkl): $(3.a \rightarrow 2.b) \diamond (2.b \rightarrow 1.c)$

Inv(Comp(2-Zkl)): $(1.c \rightarrow 2.b) \diamond (2.b \rightarrow 3.a)$

Im Falle unserer 2-Zkl (3.1 2.1 1.3) wäre das also

2-Zkl: (3.1 2.1 1.3)

Inv(2-Zkl): (1.3 2.1 3.1)

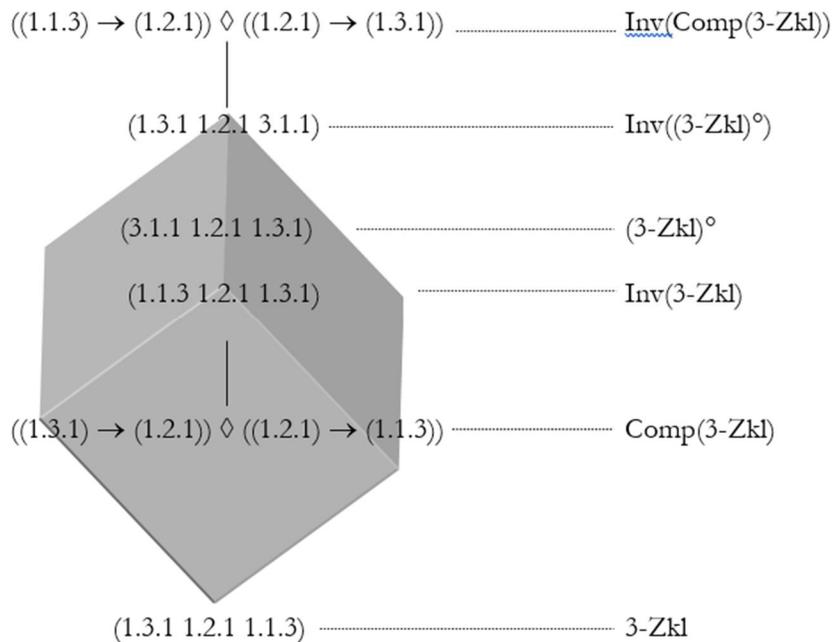
(2-Zkl)[°]: (3.1 1.2 1.3)

Inv((2-Zkl)[°]): (1.3 1.2 3.1)

Comp(2-Zkl): $(3.1 \rightarrow 2.1) \diamond (2.1 \rightarrow 1.3)$

Inv(Comp(2-Zkl)): $(1.3 \rightarrow 2.1) \diamond (2.1 \rightarrow 3.1)$

Wir nennen dieses Schema, bestehend aus einem Objekt (der Zeichenklasse) und den Operationen Komposition (Comp), Dualisation (°) und Inversion (Inv), ein minimales semiotisches Diamantschema. Im folgenden zeigen wir, dass wir zu seiner Realisation einen 3-dimensionalen semiotischen Diamanten benötigen.



3. Wenn wir uns die Tabelle der durch die semiotischen Dimensionsoperatoren

$\eta := \dim(a) = W(\text{Trd})$ und

$\vartheta := \dim(a) = W(\text{Trch})$

auf das allgemeine 3-dimensionale triadische Zeichenschema

3-ZR = (a.3.b c.2.d e.1.f)

angewandten Zeichenklassen (unter Einschluss der 3-dim. Kategorienklasse) anschauen (vgl. Toth 2009a, b)

1. $\eta(3.1\ 2.1\ 1.1) = (3.3.1\ 2.2.1\ 1.1.1)$

$\vartheta(3.1\ 2.1\ 1.1) = (1.3.1\ 1.2.1\ 1.1.1)$

2. $\eta(3.1\ 2.1\ 1.2) = (3.3.1\ 2.2.1\ 1.1.2)$

$\vartheta(3.1\ 2.1\ 1.2) = (1.3.1\ 1.2.1\ 2.1.2)$

3. $\eta(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.3.1\ 2.2.1\ 1.1.3)$

$\vartheta(3.1\ 2.1\ 1.3) = (1.3.1\ 1.2.1\ 3.1.3)$

4. $\eta(3.1\ 2.2\ 1.2) = (3.3.1\ 2.2.2\ 1.1.2)$

$\vartheta(3.1\ 2.2\ 1.2) = (1.3.1\ 2.2.2\ 2.1.2)$

5. $\eta(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.3.1\ 2.2.2\ 1.1.3)$

$\vartheta(3.1\ 2.2\ 1.3) = (1.3.1\ 2.2.2\ 3.1.3)$

6. $\eta(3.1\ 2.3\ 1.3) = (3.3.1\ 2.2.3\ 1.1.3)$

$\vartheta(3.1\ 2.3\ 1.3) = (1.3.1\ 3.2.3\ 3.1.3)$

7. $\eta(3.2\ 2.2\ 1.2) = (3.3.2\ 2.2.2\ 1.1.2)$

$\vartheta(3.2\ 2.2\ 1.2) = (2.3.2\ 2.2.2\ 2.1.2)$

$$8. \eta(3.2 \ 2.2 \ 1.3) = (3.3.2 \ 2.2.2 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.2 \ 2.2 \ 1.3) = (2.3.2 \ 2.2.2 \ 3.1.3)$$

$$9. \eta(3.2 \ 2.3 \ 1.3) = (3.3.2 \ 2.2.3 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.2 \ 2.3 \ 1.3) = (2.3.2 \ 3.2.3 \ 3.1.3)$$

$$10. \eta(3.3 \ 2.3 \ 1.3) = (3.3.3 \ 2.2.3 \ 1.1.3)$$

$$\vartheta(3.3 \ 2.3 \ 1.3) = (3.3.3 \ 3.2.3 \ 3.1.3)$$

$$11. \eta(3.3 \ 2.2 \ 1.1) = (3.3.3 \ 2.2.2 \ 1.1.1)$$

$$\vartheta(3.3 \ 2.2 \ 1.1) = (3.3.3 \ 2.2.2 \ 1.1.1).$$

dann erkennen wir, dass 3-dimensionale semiotische Diamanten dazu benutzt werden können, um die Verteilung von inhärenten und adhärenen Dimensionszahlen bei Zeichenklassen zu bestimmen

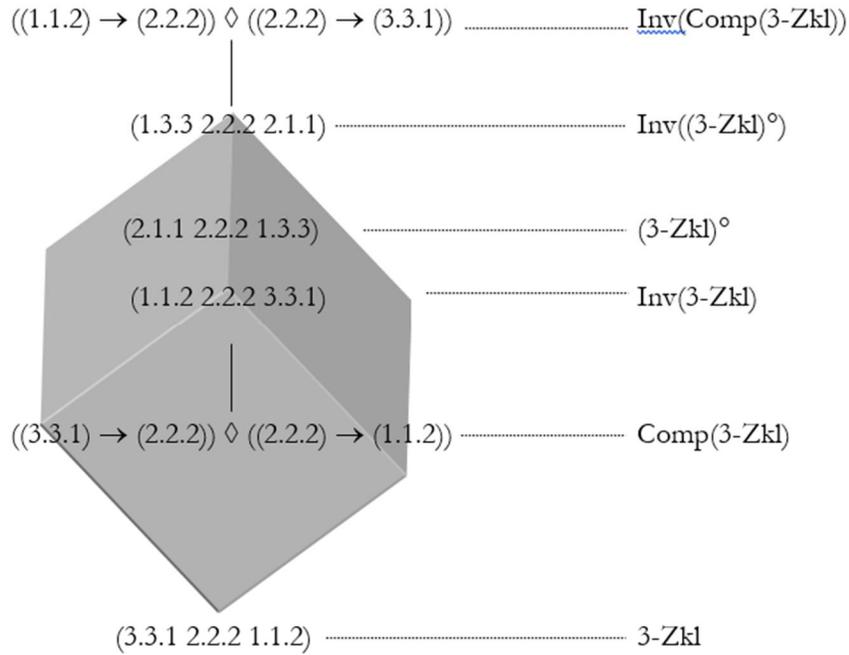
1	3-2-1	1-1-1
2	3-2-1	1-1-2
3	3-2-1	1-1-3
4	3-2-1	1-2-2
5	3-2-1	1-2-3
6	3-2-1	1-3-3
7	3-2-1	2-2-2
8	3-2-1	2-2-3
9	3-2-1	2-3-3
10	3-2-1	3-3-3
11	3-2-1	3-2-1

Nehmen wir als Beispiel die 4. Zeichenklasse und das Schema ihrer beiden inhärenten 3-dimensionalen Äquivalente

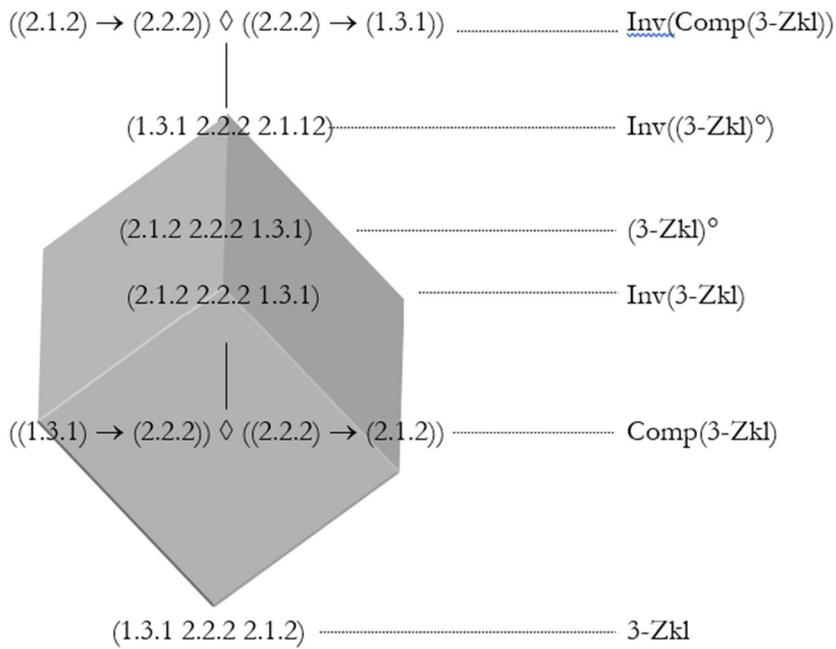
4. $\eta(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (3.\underline{3.1} \ 2.\underline{2.2} \ 1.\underline{1.2})$

$\vartheta(3.1 \ 2.2 \ 1.2) = (1.\underline{3.1} \ 2.\underline{2.2} \ 2.\underline{1.2})$

Der 3-dimensionale semiotische Diamant von $4-\eta$ ist dann



Der 3-dimensionale semiotische Diamant von $4-\vartheta$ ist



Die beiden semiotischen 3-Diamanten sind also bis auf die Dimensionszahlen identisch. Da 3-dimensionale semiotische Diamanten nicht nur über Zeichenklassen oder Realitätsthematiken konstruiert sind, sondern über Dualsysteme, können wir deren allgemeines Schema wie folgt notieren

3-Zkl: (a.3.1 b.2.1 c.1.3)

Inv(3-Zkl): (c.1.3 b.2.1 a.3.1)

(3-Zkl)^o: (3.1.c 1.2.b 1.3.a)

Inv((3-Zkl)^o): (1.3.a 1.2.b 3.1.c)

Comp(3-Zkl): (a.3.1 → b.2.1) \diamond (b.2.1 → c.1.3)

Inv(Comp(3-Zkl)): (c.1.3 → b.2.1) \diamond (b.2.1 → a.3.1)

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Differenz inhärenter Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Determinationslücken

1. Der vorliegende Aufsatz soll nichts mehr sein als eine detaillierte Ergänzung zu Toth (2009a, b), wo das Zusammenspiel von semiotischem Synechismus und Tychismus bereits grobrastrig dargestellt worden ist. Wie in den beiden zitierten Aufsätzen geht es also auch im vorliegenden um die Illustration der Tatsache, dass nicht jede der zehn Peirceschen Zeichenklassen mit jeder anderen durch mindestens ein Subzeichen verbunden ist, obwohl jede der zehn Zeichenklassen in mindestens einem Subzeichen mit der eigenrealen Zeichenklasse zusammenhängt (Walther 1982). In Toth (2009a) wurden neben den aus Toth (1993) bekannten Zeichenzusammenhängen die Zeichennetze eingeführt, die dadurch entstehen, dass Zeichenklassen durch mindestens einen (positionsgebundenen) semiotischen Wahrscheinlichkeitswert miteinander zusammenhängen. Wie es sich zeigte, sind Zeichenzusammenhänge und Zeichennetze teilweise komplementär. Allerdings zeigte sich auch, dass selbst bei der Kombination von Zeichenzusammenhängen und Zeichennetzen kein lückenloser semiotischer Determinismus erreicht wird. Das semiotische Universum, zusammengesetzt aus mindestens je zwei Zeichenklassen bzw. ihren dualen Realitätsthematiken, bildet also kein vollständig synchestisches Universum im Peirceschen Sinne, denn es sind Orte in seinen Zusammenhängen und Netzen offen gelassen, wo der Zufall im Sinne des Peirceschen Tychismus spielt. Hier sollen die kategoriethoretischen Strukturen als Voraussetzungen für den semiotischen Tychismus aufgezeigt werden.

2. Obwohl man wegen der Triadizität von Zeichenklassen im Grunde zwischen drei Graden von Synechismus je Paar von Zeichenklassen unterscheiden könnte, setzen wir fest, dass wir zwei Zeichenklassen dann als zusammenhängend betrachten, wenn sie in mindestens einem Subzeichen oder einem Wahrscheinlichkeitswert zusammenhängen. Zeichenklassen können also in einem, zwei oder drei Subzeichen oder Wahrscheinlichkeitswerten zusammenhängen. Im folgenden geben wir nochmals die bereits in Toth (2009b) abgebildete Übersicht, in der sowohl Zeichenzusammenhänge als auch Zeichennetze markiert sind. Rot sind Übereinstimmungen (d.h. entweder/sowohl ... als auch Zusammenhänge bzw. Netze) im Interpretanten-, blau im Objekt- und grün im Mittelbezug.

Die semiotischen Orte, an denen der Tychismus greifen kann, sind also die folgenden, in denen wir nun die mikrosemiotische Struktur in Form von dynamischen kategoriethoretischen Morphismen (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.) geben:

1 (3.1 2.1 1.1)
2 (3.1 2.1 1.2)

1 (3.1 2.1 1.1)
3 (3.1 2.1 1.3)

1 (3.1 2.1 1.1)
4 (3.1 2.2 1.2)

1 (3.1 2.1 1.1)
5 (3.1 2.2 1.3)

1 (3.1 2.1 1.1)
6 (3.1 2.3 1.3)

1 (3.1 2.1 1.1)
7 (3.2 2.2 1.2)

1 (3.1 2.1 1.1)
8 (3.2 2.2 1.3)

1 (3.1 2.1 1.1)
9 (3.2 2.3 1.3)

1 (3.1 2.1 1.1)
10 (3.3 2.3 1.3)

5 (3.1 2.2 1.3)
6 (3.1 2.3 1.3)

5 (3.1 2.2 1.3)
7 (3.2 2.2 1.2)

5 (3.1 2.2 1.3)
7 (3.2 2.2 1.2)

5 (3.1 2.2 1.3)
8 (3.2 2.2 1.3)

5 (3.1 2.2 1.3)
9 (3.2 2.3 1.3)

5 (3.1 2.2 1.3)
10 (3.3 2.3 1.3)

9 (3.2 2.3 1.3)
10 (3.3 2.3 1.3)

2 (3.1 2.1 1.2)
3 (3.1 2.1 1.3)

2 (3.1 2.1 1.2)
4 (3.1 2.2 1.2)

2 (3.1 2.1 1.2)
5 (3.1 2.2 1.3)

2 (3.1 2.1 1.2)
6 (3.1 2.3 1.3)

2 (3.1 2.1 1.2)
7 (3.2 2.2 1.2)

2 (3.1 2.1 1.2)
8 (3.2 2.2 1.3)

2 (3.1 2.1 1.2)
9 (3.2 2.3 1.3)

2 (3.1 2.1 1.2)
10 (3.3 2.3 1.3)

6 (3.1 2.3 1.3)
7 (3.2 2.2 1.2)

6 (3.1 2.3 1.3)
7 (3.2 2.2 1.2)

6 (3.1 2.3 1.3)
8 (3.2 2.2 1.3)

6 (3.1 2.3 1.3)
9 (3.2 2.3 1.3)

6 (3.1 2.3 1.3)
10 (3.3 2.3 1.3)

3 (3.1 2.1 1.3)
4 (3.1 2.2 1.2)

3 (3.1 2.1 1.3)
5 (3.1 2.2 1.3)

3 (3.1 2.1 1.3)
6 (3.1 2.3 1.3)

3 (3.1 2.1 1.3)
7 (3.2 2.2 1.2)

3 (3.1 2.1 1.3)
8 (3.2 2.2 1.3)

3 (3.1 2.1 1.3)
9 (3.2 2.3 1.3)

3 (3.1 2.1 1.3)
10 (3.3 2.3 1.3)

7 (3.2 2.2 1.2)
8 (3.2 2.2 1.3)

7 (3.2 2.2 1.2)
9 (3.2 2.3 1.3)

7 (3.2 2.2 1.2)
10 (3.3 2.3 1.3)

4 (3.1 2.2 1.2)
5 (3.1 2.2 1.3)

4 (3.1 2.2 1.2)
6 (3.1 2.3 1.3)

4 (3.1 2.2 1.2)
7 (3.2 2.2 1.2)

4 (3.1 2.2 1.2)
8 (3.2 2.2 1.3)

4 (3.1 2.2 1.2)
9 (3.2 2.3 1.3)

4 (3.1 2.2 1.2)
10 (3.3 2.3 1.3)

8 (3.2 2.2 1.3)
9 (3.2 2.3 1.3)

8 (3.2 2.2 1.3)
10 (3.3 2.3 1.3)

1	(3.1 2.1 1.1)	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$
7	(3.2 2.2 1.2)	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$
1	(3.1 2.1 1.1)	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$
8	(3.2 2.2 1.3)	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$
2	(3.1 2.1 1.2)	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$
7	(3.2 2.2 1.2)	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$
3	(3.1 2.1 1.3)	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$
7	(3.2 2.2 1.2)	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$
6	(3.1 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$
7	(3.2 2.2 1.2)	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$
2	(3.1 2.1 1.2)	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$
8	(3.2 2.2 1.3)	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$
1	(3.1 2.1 1.1)	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$
9	(3.2 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$
3	(3.1 2.1 1.3)	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$
9	(3.2 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$
2	(3.1 2.1 1.2)	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$
10	(3.3 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$

Wann immer man also eines dieser Paare in einem Zeichenzusammenhang oder Zeichennetz antrifft bzw. n-Tupel, deren als deren Teilmenge eines oder mehrere dieser Paare auftreten, liegt eine semiotische Determinationslücke vor. Es ist ein bemerkenswertes Ergebnis, dass also nicht nur die logische bzw. physikalische Determination der Welt nicht lückenlos ist, sondern dass auch die semiotische Welt vorbereitete Orte für Eigendynamik bereit hält.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Zeichenzusammenhänge und Zeichennetze. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

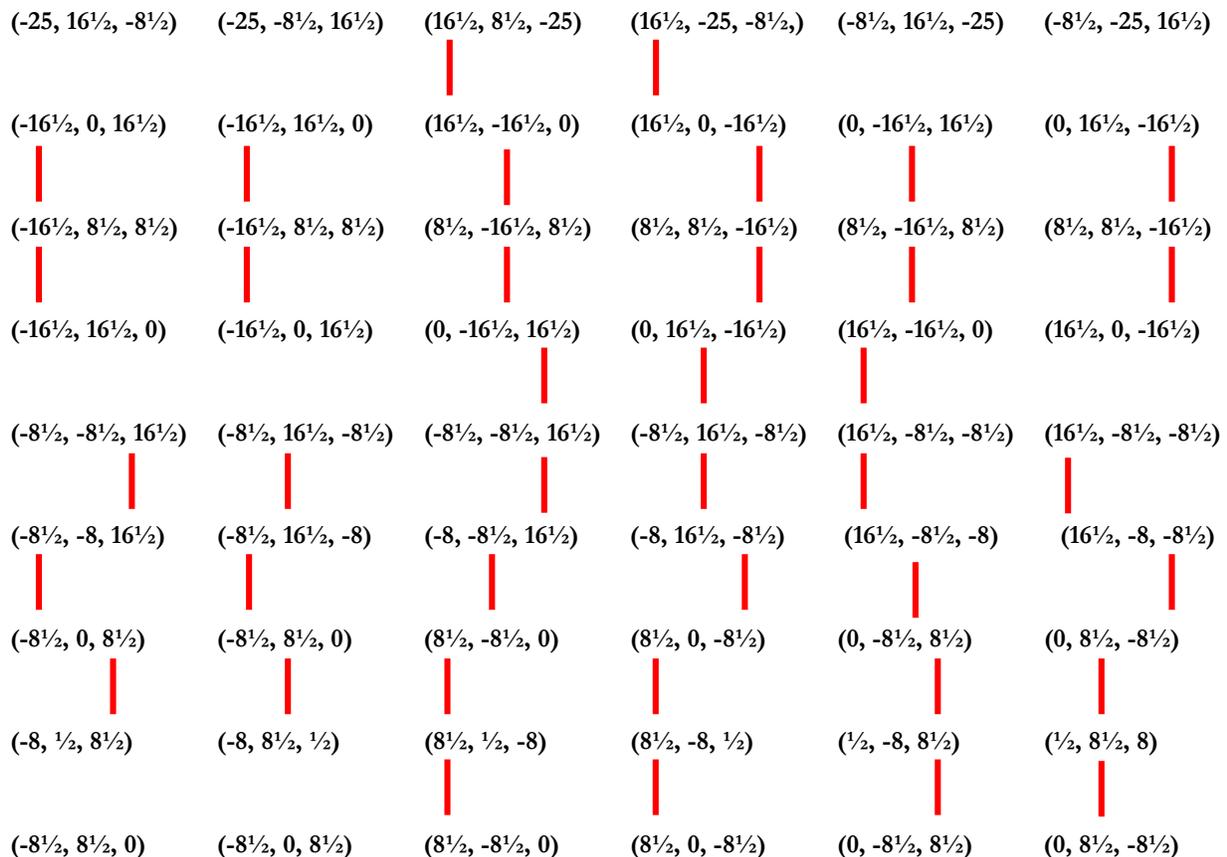
Toth, Alfred, Synechismus und Tychismus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

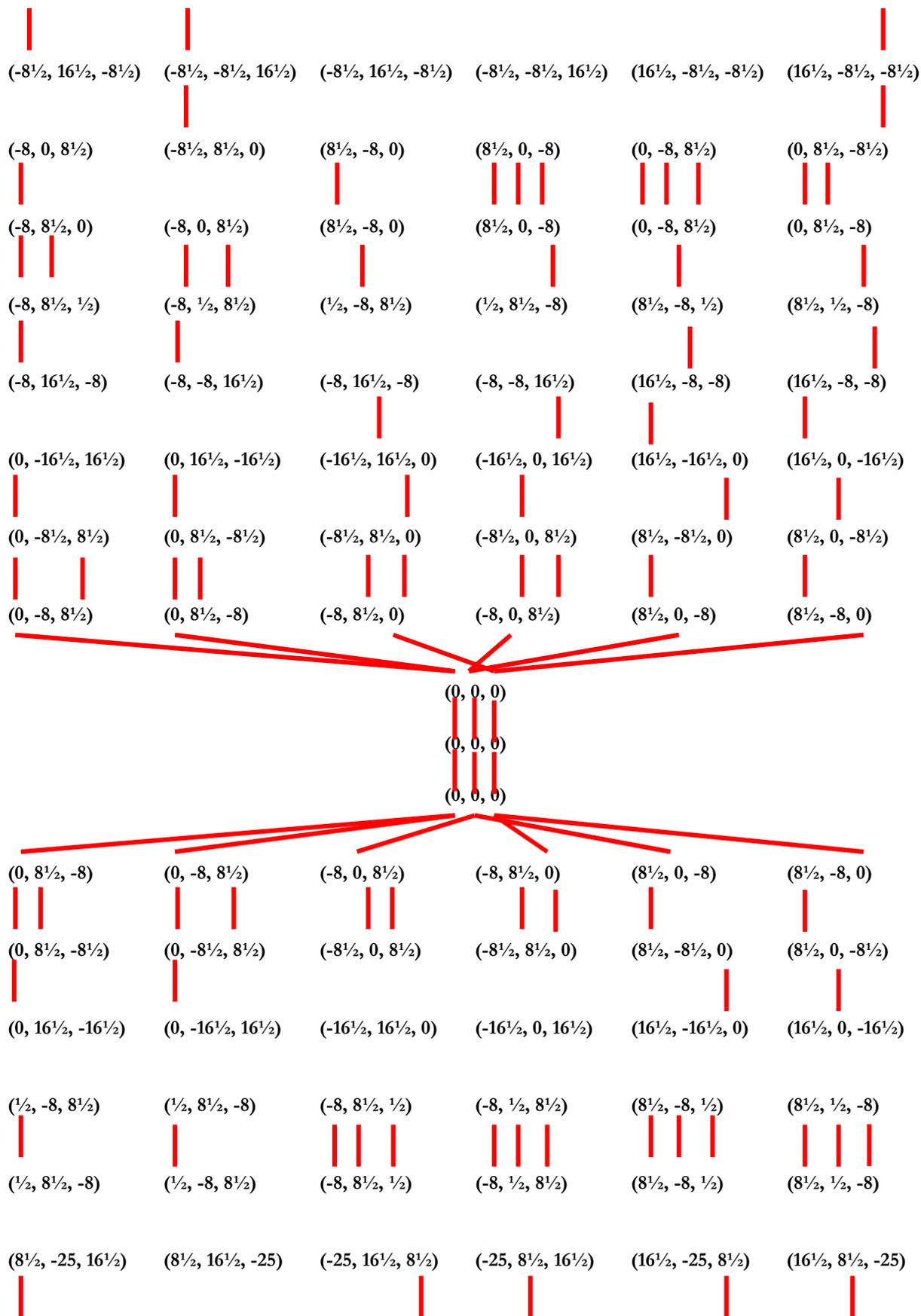
Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Ein semiotisches Gesetz für Zeichennetze

1. Neben den bereits in Toth (1993, S. 135 ff.) besprochenen Typen von Zeichenverknüpfungen gibt es die erst in Toth (2009a) eingeführten Zeichennetze. Im Gegensatz zu Zeichenzusammenhängen, Zeichenketten, Kommunikationsschemata, Kreationsschemata und kategorietheoretischen Schemata sind Zeichen in Zeichennetzen nicht durch gemeinsame statische Subzeichen oder dynamische Morphismen, sondern durch gleiche Wahrscheinlichkeitswerte der in zwei oder mehr Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken auftretenden Fundamental- bzw. Modalkategorien verknüpft. Nun gibt es mehrere Möglichkeiten, Zeichennetze zu konstruieren. Die eine Möglichkeit ist, wie gesagt, dass man die Subzeichen durch Wahrscheinlichkeitswerte der in einer Zeichenklasse auftretenden Primzeichen ersetzt. Eine zweite Möglichkeit ist, dass man pro Zeichenklasse die Differenzen der vom semiotischen Aequilibrium abweichenden Wahrscheinlichkeitswerte notiert. Damit bekommt man also Netze von Paaren von Zeichenklassen, die eine verschiedene Position im semiotischen Universum einnehmen, je nachdem wie weit sie von einem der drei semiotischen Optima entfernt sind (vgl. Toth 2009b, c).

Das vollständige semiotische Zeichennetz, konstruiert aus Paaren von Zeichenklassen, die durch Differenzmengen bzgl. des semiotischen Aequilibriums charakterisiert sind, sieht wie folgt aus:





$(8\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2})$	$(-16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$
$(8\frac{1}{2}, -8, 0)$	$(8\frac{1}{2}, 0, -8)$	$(0, 8\frac{1}{2}, -8)$	$(0, -8, 8\frac{1}{2})$	$(-8, 0, 8\frac{1}{2})$	$(-8, 8\frac{1}{2}, 0)$
$(8\frac{1}{2}, -8, \frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -8)$	$(-8, \frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-8, 8\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -8)$	$(8\frac{1}{2}, -8, \frac{1}{2})$
$(8\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2}, 0)$	$(8\frac{1}{2}, 0, -8\frac{1}{2})$	$(0, -8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(0, 8\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2})$	$(-8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 0)$	$(-8\frac{1}{2}, 0, 8\frac{1}{2})$
$(8\frac{1}{2}, 0, -8\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2}, 0)$	$(0, -8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(0, 8\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2})$	$(-8\frac{1}{2}, 0, 8\frac{1}{2})$	$(-8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 0)$
$(8\frac{1}{2}, 0, -8)$	$(8\frac{1}{2}, -8, 0)$	$(0, -8, 8\frac{1}{2})$	$(0, 8\frac{1}{2}, -8)$	$(-8, 8\frac{1}{2}, 0)$	$(-8, 0, 8\frac{1}{2})$
$(8\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -8)$	$(8\frac{1}{2}, -8, \frac{1}{2})$	$(\frac{1}{2}, -8, 8\frac{1}{2})$	$(\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -8)$	$(-8, \frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-8, 8\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
$(8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$
$(8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -8)$	$(8\frac{1}{2}, -8, 8\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -8)$	$(8\frac{1}{2}, -8, 8\frac{1}{2})$	$(-8, 8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-8, 8\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$
$(8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2}, -25)$	$(8\frac{1}{2}, -25, 16\frac{1}{2})$	$(-25, 16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-25, 8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2})$	$(16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -25)$	$(16\frac{1}{2}, -25, 8\frac{1}{2})$
$(16\frac{1}{2}, -25, 8\frac{1}{2})$	$(16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -25)$	$(-25, 16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-25, 8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2})$	$(16\frac{1}{2}, -25, 8\frac{1}{2})$	$(16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -25)$
$(16\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2}, 0)$	$(16\frac{1}{2}, 0, -16\frac{1}{2})$	$(-16\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2}, 0)$	$(-16\frac{1}{2}, 0, 16\frac{1}{2})$	$(0, -16\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2})$	$(0, 16\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2})$
$(16\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2})$	$(16\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2})$	$(-8\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2})$	$(-8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2})$	$(-8\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2})$	$(-8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2}, -8\frac{1}{2})$
$(16\frac{1}{2}, -8, -7\frac{1}{2})$	$(16\frac{1}{2}, -7\frac{1}{2}, -8)$	$(-7\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2}, -8)$	$(-7\frac{1}{2}, -8, 16\frac{1}{2})$	$(-8, -7\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2})$	$(-8, 16\frac{1}{2}, -7\frac{1}{2})$
$(16\frac{1}{2}, 0, -16\frac{1}{2})$	$(16\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2}, 0)$	$(0, -16\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2})$	$(0, 16\frac{1}{2}, -16\frac{1}{2})$	$(-16\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2}, 0)$	$(-16\frac{1}{2}, 0, 16\frac{1}{2})$
$(16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}, -25)$	$(16\frac{1}{2}, -25, 8\frac{1}{2})$	$(-25, 16\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2})$	$(-25, 8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, -25, 16\frac{1}{2})$	$(8\frac{1}{2}, 16\frac{1}{2}, -25)$

Aus diesem Zeichennetz können wir offenbar folgendes semiotisches Theorem ablesen:

Theorem: Wenn zwei Wahrscheinlichkeitswertmengen in einem Wert übereinstimmen, dann ist es der höchste absolute Wert.

Dieses Theorem besagt also vor allem folgendes: Wenn zwei Wahrscheinlichkeitswertmengen in einem Wert übereinstimmen, dann gilt also nicht $N > W > M$ bzw. $(.3.) > (.2.) > (.1.)$, denn der höchste Wert ist nicht notwendig der Wert der Rekurrenzen des repräsentationswertig höchsten Primzeichens. Ferner geht aus dem Theorem natürlich hervor, dass die Umkehrung nicht gilt, d.h. dass nicht automatisch der höchste absolute Wert in der Schnittmenge zweier Zeichenklassen liegt.

Ferner ersehen wir ebenfalls aus dem Zeichennetz:

Korollar: Wenn zwei Wahrscheinlichkeitswertmengen in zwei Werten übereinstimmen, so ist der zweite Wert gleich dem absoluten Wert des ersten oder gleich 0. Die beiden übereinstimmenden Werte können adjazent oder nicht adjazent sein (vgl. Toth 1998).

Bibliographie

Toth, Alfred, Ein Adjazenzgesetz für multiple Morphismen. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 39-3, 1998, S. 117-122

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Zeichenzusammenhänge und Zeichennetze. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das semiotische Aequilibrium. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Die Zeichennetze zum semiotischen Aequilibrium. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Ein Zusammenhang zwischen der wahrscheinlichkeitstheoretischen und der kategoriethoretischen Zeichentheorie

1. Die kategoriethoretische Semiotik wurde von Bense (1981, S. 124 ff.) eingeführt, da die dyadischen Partialrelationen von Zeichenklassen und Realitätsthematiken eine semiotische Doppelnatur als statische Subzeichen einerseits und als dynamische Semiosen andererseits aufweisen. Allerdings wurden bis und mit Toth (1997, S. 21 ff.) die Subzeichen direkt auf semiotische Morphismen abgebildet, womit aber dem Umstand nicht Rechnung getragen werden konnte, dass die Zeichenrelation von Bense (1979, S. 53) als "Relation über Relationen" eingeführt worden war, was bedeutet, dass jede n -wertige Relation (mit $n \leq 2$) eine Partialrelation einer $n+1$ -wertigen Relation ist, semiotisch gesprochen also, dass die monadische Partialrelation in der dyadischen und sowohl die monadische als auch die dyadische Partialrelation in der triadischen Relation des Zeichens enthalten sind. Die mathematischen Voraussetzungen für solche "dynamischen Morphismen" wurden erst in Toth (2008, S. 159 ff.) gelegt.

2. Eine wahrscheinlichkeitstheoretische Semiotik fehlt, von den ersten Arbeiten des gegenwärtigen Autors abgesehen, bisher ganz. Statistische Konzepte haben allerdings in einigen Fällen zur Anwendung der Fuzzy Logik auf die Semiotik geführt, was aber mit unserem Thema nichts zu tun hat. Das Fehlen einer probabilistischen Zeichentheorie ist umso schwerwiegender, als bereits Peirce im Zusammenhang mit seinen Arbeiten zu Evolution, Determinismus und "Agapismus" immer wieder auf statistisch-semiotische Vorstellungen verweist, vgl. Peirce (1988). Im vorliegenden Aufsatz wird einerseits von der bijektiven Abbildung von Zeichenklassen auf semiotische Wahrscheinlichkeitsmengen (Toth 2009a) und andererseits von der Theorie des semiotischen Aequilibriums (Toth 2009b) ausgegangen, aus der u.a. folgt, dass die semiotischen Wahrscheinlichkeitsmengen als Differenzenmengen zu semiotischen Optima notiert werden können (Toth 2009c). Hierbei entstehen also "Objektbezüge", die mit Hilfe von Differenzen von Wahrscheinlichkeitswerten darstellbar sind, die sich z.B. dann ergeben, wenn zwei Personen in einem Spiel das Nash-Aequilibrium zu erreichen versuchen. Dass dies nicht nur spieltheoretisch, sondern auch semiotisch präzise dargestellt werden kann, wurde zwar bereits in Toth (2009d) gezeigt, aber hier zeigen wir zugleich auf, wie die semiotischen Strategien aussehen, welche die repräsentationstheoretischen Strukturen der entsprechenden spieltheoretischen Strategien sind, und dies geschieht mit Hilfe der Theorie der semiotischen dynamischen Morphismen. Dadurch ergibt sich also ein erster Zusammenhang zwischen einer probabilistischen und einer kategoriethoretischen Semiotik, zwei Teiltheorien der Semiotik, welche wahrscheinlich in der künftigen theoretischen Entwicklung der Zeichentheorie führend sein werden.

$\Delta(6/10)$	$(-25, 16^{1/2}, -8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$ $[[\beta^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$	Maxim. Diff. zum sem. Aequilibrium
$\Delta(8/10)$	$(-16^{1/2}, 0, 16^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[\beta^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]$	
$\Delta(9/10)$	$(-16^{1/2}, 0, 16^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$ $[[\beta^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(5/10)$	$(-16^{1/2}, 8^{1/2}, 8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\alpha^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(6/9)$	$(-16^{1/2}, 8^{1/2}, 8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$ $[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(3/10)$	$(-16^{1/2}, 16^{1/2}, 0)$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$ $[[\alpha^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(7/10)$	$(-8^{1/2}, -8^{1/2}, 16^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$ $[[\alpha^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(8/9)$	$(-8, -8, 16^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(4/10)$	$(-8^{1/2}, 0, 8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$ $[[\beta^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(5/9)$	$(-8, 1/2, 8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(2/10)$	$(-8^{1/2}, 8^{1/2}, 0)$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$ $[[\beta^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$	
$\Delta(1/10)$	$(-8^{1/2}, 16^{1/2}, -8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$ $[[\beta^\circ, id3], [\alpha^\circ, id3]]$	

$\Delta(6/8)$ $(-8, 0, 8^{1/2})$ $[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$
 $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$

$\Delta(3/9)$ $(-8, 8^{1/2}, 0)$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$
 $[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$

$\Delta(5/6)$ $(-8, 8^{1/2}, 1/2)$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$
 $[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$

$\Delta(3/6)$ $(-8, 16^{1/2}, -8)$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$
 $[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$

$\Delta(7/9)$ $(0, -16^{1/2}, 16^{1/2})$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$
 $[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$

$\Delta(6/7)$ $(0, -8^{1/2}, 8^{1/2})$ $[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$
 $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$

$\Delta(4/9)$ $(0, -8, 8^{1/2})$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$
 $[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$

↑
Abnahme
des sem.
Aequilibriums

$\Delta(2/9)$ $(0, 0, 0)$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$
 $[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$

$\Delta(3/8)$ $(0, 0, 0)$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$
 $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$

$\Delta(4/6)$ $(0, 0, 0)$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$
 $[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$

↓
Bereich des
semiotischen
Aequilibriums

$\Delta(2/6)$ $(0, 8^{1/2}, -8)$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$
 $[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$

$\Delta(1/9)$ $(0, 8^{1/2}, -8^{1/2})$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$
 $[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, id3]]$

↓
Abnahme
des sem.
Aequilibriums

$\Delta(1/6)$	$(0, 16^{1/2}, -16^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$ $[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, id3]]$
$\Delta(5/8)$	$(1/2, -8, 8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$
$\Delta(3/5)$	$(1/2, 8^{1/2}, -8)$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$
$\Delta(7/8)$	$(8^{1/2}, -25, 16^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$
$\Delta(4/8)$	$(8^{1/2}, -16^{1/2}, 8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$
$\Delta(5/7)$	$(8^{1/2}, -16^{1/2}, 8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$
$\Delta(2/8)$	$(8^{1/2}, -8^{1/2}, 0)$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$
$\Delta(4/5)$	$(8^{1/2}, -8, 1/2)$	$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$
$\Delta(3/7)$	$(8^{1/2}, -8^{1/2}, 0)$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$
$\Delta(1/8)$	$(8^{1/2}, 0, -8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$
$\Delta(3/4)$	$(8^{1/2}, 0, -8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$
$\Delta(2/5)$	$(8^{1/2}, 0, -8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$

$\Delta(2/3)$	$(8^{1/2}, 8^{1/2}, -16^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$	
$\Delta(1/5)$	$(8^{1/2}, 0, -8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$	
$\Delta(1/3)$	$(8^{1/2}, 16^{1/2}, -25)$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$	
$\Delta(4/7)$	$(16^{1/2}, -25, 8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$	
$\Delta(2/7)$	$(16^{1/2}, -16^{1/2}, 0)$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$ $[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$	
$\Delta(1/7)$	$(16^{1/2}, -8^{1/2}, -8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$ $[[\beta^\circ, idf2], [\alpha^\circ, id2]]$	
$\Delta(2/4)$	$(16^{1/2}, -8, -8^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$	
$\Delta(1/4)$	$(16^{1/2}, 0, -16^{1/2})$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$ $[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, id2]]$	
$\Delta(1/2)$	$(16^{1/2}, 8^{1/2}, -25)$	$[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, id1]]$ $[[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]]$	Maxim. Diff. zum sem. Aequilibrium

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Peirce, Charles Sanders, Naturordnung und Zeichenprozess. Hrsg. von Helmut Pape. Frankfurt am Main 1988

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotisch-wahrscheinlichkeitstheoretische Operationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das semiotische Aequilibrium. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

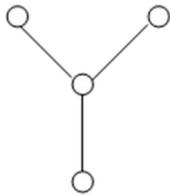
Toth, Alfred, Die Hierarchie der vom semiotischen Aequilibrium abweichenden Wahrscheinlichkeitswertmengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Semiotik der Strategien und Ziele. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Medads and the triadic sign relation

1. In his manuscript “Probability and induction” (L 231) which has been published in Peirce’s “The New Elements of Mathematics”, vol. III/1 (Eisele 1976b, p. 164), Peirce has introduced the Medad, meaning “a graph or graph instance having 0 peg”. In another manuscript (New Elements of Geometry, 94) he has displayed the circle of “Agon” as the polygon with 0 angles (Eisele 1976a, p. 299). Therefore, in addition to the triadic sign relation, we have here instances of “Zeroneess” which has been re-introduced (without referring to the NEM-manuscripts of Peirce) by Bense (1975, pp. 45s., 65 ss.) and Stiebing (1981, 1984).

2. In this connection I also want to come back to an article of mine (published in Toth 2008, pp. 61-69), where I showed that the early Peircean sign model



is not compatible with the triadic sign relation, but requires a tetradic sign relation as the relation (Medad, Monad, Dyad, Triad) does. Since Peirce’s Medad is introduced in semiotics explicitly as a 0-valued relation, it corresponds exactly to what Bense called Kategorialzahl: “Ein unabhängig von jeder Zeichenrelation existierendes, aber mögliches Mittel M° hat die Relationszahl $r = 0$ (...). Der Raum mit der 0-relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwase O° , über denen der ($r > 0$)-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird” (1975, p. 65). Therefore, the category Zeroneess to which Medads belong does not settle in the space of signs, but in the space of objects. From that it follows that a triadic sign relation, which is extended to a tetradic sign relation containing 0-valued objects is a sign relation in which the contextual border between sign and object is abolished and thus a poly-contextual sign relation.

3. Is it therefore so simple, that all we have to do is to embed Medads into triadic sign relations and thus fulfil the above tetradic sign model of Peirce? – I do not think so. The first argument against such a simplistic way of extending the triadic sign relation is the double character of the fundamental categories as static sub-signs on the one side and as dynamic morphisms on the other side (cf. Toth 2008, pp. 159-163). We have

(1.1) $\equiv \text{id1}$	(2.1) $\equiv \alpha^{\circ}$	(3.1) $\equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ}$
(1.2) $\equiv \alpha$	(2.2) $\equiv \text{id2}$	(3.2) $\equiv \beta^{\circ}$
(1.3) $\equiv \beta\alpha$	(2.3) $\equiv \beta$	(3.3) $\equiv \text{id3}$.

Therefore, we have the right to introduce the prime-signs (Bense 1980) whose Cartesian (inner) products result in the sub-signs as displayed in the semiotic matrix, in a double way, i.e. statically and dynamically, too:

1. Static introduction of prime-signs

(.1., .2., .3.)

2. Dynamic introduction of prime-signs

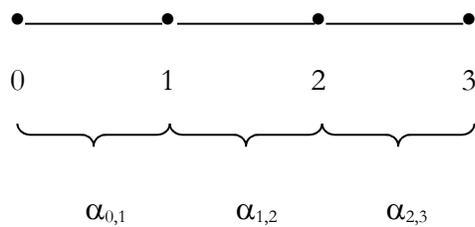
[0, 1], [1, 2], [1, 3]

Thus, we see that by the dynamic introduction of 3 prime-signs 4 categories are needed! This is obviously the idea behind representing Peirce's triadic sign model by the three outer nodes of the above tetradic sign model.

Moreover, only through dynamic introduction of prime-signs we can show, already on the level of the prime-signs, that every (n-1)-valued semiotic relation is included in the n-valued semiotic relation:

[[0, 1], [[1, 2], [1, 3]]]

Only through dynamic morphism we also can ascribe morphisms to the prime-signs already on the level of the prime-signs:



with

[[$\alpha_{0,1}$], [[$\alpha_{1,2}$], [$\alpha_{2,3}$]]]

Therefore, the 10 Peircean sign classes can be noted as follows

(3.1 2.1 1.1) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1], [[0, 1], [0, 1]]]]

(3.1 2.1 1.2) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1], [[0, 1], [0, 1, 2]]]]

(3.1 2.1 1.3) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1], [[0, 1], [0, 1, 2, 3]]]]

(3.1 2.2 1.2) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2]]]]

(3.1 2.2 1.3) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]]]

(3.1 2.3 1.3) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2, 3], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]]]

(3.2 2.2 1.2) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2]]]]

$$(3.2.2.2.1.3) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]]$$

$$(3.2.2.3.1.3) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2, 3], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]]$$

$$(3.3.2.3.1.3) \equiv [[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2, 3], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]]$$

Furthermore, if we start not with relations, but with categories, over the sign relation

$$SR = [[\alpha_{0,1}], [[\alpha_{1,2}], [\alpha_{2,3}]]],$$

we can construct a new semiotic matrix

	$\alpha_{0,1}$	$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{2,3}$
$\alpha_{0,1}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{1,2}$	$\alpha_{0,1}\alpha_{2,3}$
$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{1,2}$	$\alpha_{1,2}\alpha_{2,3}$
$\alpha_{2,3}$	$\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}$	$\alpha_{2,3}\alpha_{1,2}$	$\alpha_{2,3}\alpha_{2,3}$

which allow again a new writing of the 10 Peircean sign classes

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1], [[0, 1], [0, 1]]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{0,1}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1], [[0, 1], [0, 1, 2]]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1], [[0, 1], [0, 1, 2, 3]]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{0,1}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2]]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2, 3], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3}\alpha_{0,1}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3} \alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3} \alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2, 3], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3} \alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}]$$

$$[[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2, 3], [0, 1], [0, 1, 2, 3]]] \equiv$$

$$[\alpha_{2,3}\alpha_{2,3}, \alpha_{1,2}\alpha_{2,3}, \alpha_{0,1}\alpha_{2,3}]$$

Each sign class consists now of three inner products of morphisms.

4. The second argument against a simplistic way of extending the triadic sign relation lies in the nature of a Medad itself: As already Bense (1975, p. 65) pointed out, by its very nature, a relation like

R(0, 0)

is excluded, because the corresponding Agon has no angles for such a connection. From a more semantic point of view an expression like

*The stone of the stone (was thrown into the garden)

is ungrammatical, because most inanimate objects cannot be iterated. However, cf.

The sign of the sign (appeared on the wall),

f. ex., Belsazar's Menetekel. This sentence is grammatical, since inanimate concepts can be iterated.

On the other side, we have seen that

(0, 1) does exist.

(0, 2), too, does exist – qua (0, 1), and

(0, 3) also exists – qua both (0, 1) and (0, 2).

Therefore the question arises if the following three relations exist

(1, 0), (2, 0), (3, 0).

Clearly, they don't exist, since in a relation

$R(0, x)$,

we have $x > 0$ (Bense 1975, p. 65).

However, if we dualize a sign class like

$\times[[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2]], [[0, 1, 2], [0, 1, 2], [0, 1], [0, 1, 2]]] =$

$[[[[2, 1, 0], [1, 0], [2, 1, 0], [2, 1, 0], [[2, 1, 0], [3, 2, 1, 0]]]]$

or

$\times[\alpha_{2,3} \alpha_{1,2}, \alpha_{1,2}\alpha_{1,2}, \alpha_{0,1}\alpha_{1,2}] = [\alpha_{2,1} \alpha_{1,0}, \alpha_{2,1}\alpha_{2,1}, \alpha_{2,1}\alpha_{3,2}]$,

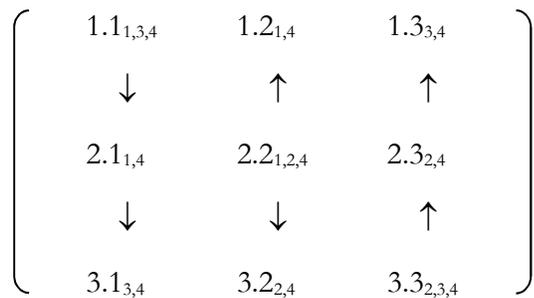
“forbidden” relations of the type

* $R(x, 0)$ with $x > 0$

appear. Therefore, if we extend the triadic sign class in order to embed the categorial object of Zeroness as a Medad, we have to make sure that the semiotic matrix contains Zeroness only in the respective row, not in the respective column. This means that embedding Medads into the triadic semiotic matrix changes this matrix into a tetradic-trichotomic, not into a tetradic-tetratomic matrix:

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

Hence, another question arises: How can the following semiotic 4-contextual 3-adic matrix be embedded in the above matrix?



Insofar, the 4th contexture is Zeroness, but the Medads do not have their converse Medads in the matrix and therefore there are the only sub-signs whose inner environments appear only once.

Bibliography

Bense, Max, *Semiotische Prozesse und Systeme*. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: *Ars Semeiotica* 3/3, 1980, pp. 287-294

Peirce, Charles S., *The New Elements of Mathematics*. Ed. by Carolyn Eisele, vol. II. The Hague 1976

Peirce, Charles S., *The New Elements of Mathematics*. Ed. by Carolyn Eisele, vol. III/1. The Hague 1976

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: *Semiosis* 23, 1981, pp. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus (ed.), *Zeichen und Realität*. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, pp. 671-674

Toth, Alfred, *Semiotische Strukturen und Prozesse*. Klagenfurt 2008

How deep is the kenogrammatic level?

1. A theorem of theoretical semiotics, that has never specially formulated, says that the three fundamental categories (1, 2, 3) are the deepest level of representation of knowledge and at the same time the level which is most equidistant between world and consciousness between which the sign mediates.

2. The question whether semiotics or logic is on a deeper representative level, Peirce answered in favor of semiotics, although he never proved that the logical laws can be formulated on semiotic level. The problem is here what “represent” means. If I take the English sentence “John sleeps in his bed”, I can display this sentence by aid of generative grammar with a tree on whose top the sentence stands. The first two branches “represent” the Nominal Phrase “John” and the Verbal Phrase “sleeps in his bed”. Additionally, “in his bed” is “represented” by a special node. After all, the English sentence will be “represented” by a Nominal, a Verbal Phrase and an Adverbial. One has the impression that the grammatical “representation” of the sentence is more abstract, but “adequate”, this means, the most essential parts of the sentence are “represented” by the grammatical derivation, and the less essential parts are let away. Now, according to Walther (1985), linguistics needs the full system of the 10 Peircean sign classes in order to “represent” linguistic on the semiotic level (which is, vide supra, the deep-most level). Therefore, the semiotic “representation” does not represent the English sentence, but its derivation by generative grammar, and looks like follows: “John” is a noun, as such has to be “represented” by the sign class (3.1 2.3 1.3). “sleeps in his bed” is a sentence lacking a subject and therefore cannot be dicentric, but solely rhematic and is thus “represented” by the sign class (3.1 2.2 1.3). However, miraculously, “John” is exactly the subject needed to “fill up” the rhematic whole, so that we get at the end the semiotic representation (3.2 2.3 1.3). That Peirce originally gave the assertive type of logical sentence as an example for (3.2 2.3 1.3), does apparently not hurt too much, even if “John sleeps in his bed” is, e.g., the answer to a question like: “Did John again prefer sleeping on the sofa?”, or the like.

Since semiotics “represents” here the grammatical derivation of the English sentence, however, it must “represent” at least some essential parts of the English sentence, too. However, since it does this only what the subject and the object or predicate position of the sentence concerns - and this even very artificially - since ANY object can fill up the rhematic gap of a dicentric sign class, so that (3.1 2.3 1.3) → (3.2 2.3 1.3), it follows that semiotic “representations” cannot “represents” linguistic “representations” of natural language sentences. The natural languages can “represent” the reality, but further “representations” are quickly so far away from the original “representations”, that one can without bigger damage just forget them. Isn’t it so, that even the grammatical “representation” does not “represent” the original sentence? It says no more as logic does, that “John sleeps in his bed” contains of a subject about which a predicate is uttered. And isn’t it so, that in the case of the semiotic “representation” of the grammatical or logical “representation” of a sentence which “represents” part of the reality, the “representation” of this latter reality has become so thin that nobody can reconstruct is original meaning anymore?

3. This is what we have to keep in mind if in semiotics or in polycontextural theory we read about A “representing” B. In Toth (2009), we have, e.g., shown that all sub-signs of a semiotic 3×3 matrix can be “represented” by the qualitative numbers of contexture 2. This idea of going even deeper than the fundamental categorial level and thus violating theoretical semiotic’s ground-theorem, seems to be affirmed by the fact, that the three fundamental categories themselves can be “representend” by the one keno-sign of C 1, and that the 27 triadic prime-signs of 3-dimensional semiotics are represented by C 2:

0	1, 2, 3		1-dim semiotics
00	(1.1), (2.2), (3.3)	}	2-dim semiotics
01	(1.2)/(2.1), (1.3)/(3.1), (2.3)/(3.2)		
000	(1.1.1), (2.2.2), (3.3.3)	}	3-dim semiotics
001	(1.1.2), (1.1.3), (2.2.1), (2.2.3), (3.3.1), (3.3.2)		
010	(1.2.1), (1.3.1), (2.1.2), (2.3.2), (3.1.3), (3.2.3)		
011	(1.2.2), (1.3.3), (2.1.1), (2.3.3), (3.1.1), (3.2.2)		
012	(1.2.3), (1.3.2), (2.1.3), (2.3.1), (3.1.2), (3.2.1)		

4. So far, so good: We thus have here a complete coincidence of number of contextures, n-adic relations and n-dimensional semiotics. However, as we recognize easily, C 1 contains as deepest fundamental category already firstness, according to Peirce in a sign the relation to itself. But where in the kenogrammatic model would be the place or space for semiotic Zeroness defined as the level of “disponibler ontischer Etwase mit der Relationszahl r = 0, aber der Kategorialahl k = 1 (Bense 1975, p. 66)? According to Bense, there is a pre-semiotic level of pre-signs, which have the formal characteristics

$$\text{PrS}^{r=0}_{k=1},$$

which are “ausdifferenzierbar”, i.e.

$$\text{O}^\circ \rightarrow \text{M}_{k=1}^\circ$$

$$\text{O}^\circ \rightarrow \text{M}_{k=2}^\circ$$

$$\text{O}^\circ \rightarrow \text{M}_{k=3}^\circ$$

and which populate the intermediary-level between the ontological space and the semiotic space (Bense 1975, p. 45, 65): “Ein unabhängig von jeder Zeichenrelation existierendes, aber mögliches

Mittel M° hat die Relationszahl $r = 0$ ” (Bense 1975, p. 65. According to the Ausdifferenzierungs-
schema, we thus have

$$(0.1) = \{x \mid x \in \text{PrS} \wedge r(x) = 0 \wedge k(x) = 1\}$$

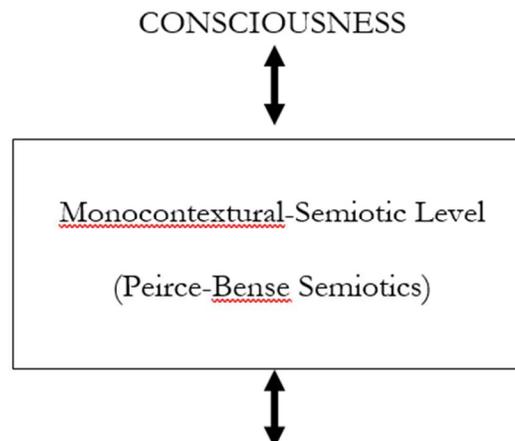
$$(0.2) = \{x \mid x \in \text{PrS} \wedge r(x) = 0 \wedge k(x) = 2\}$$

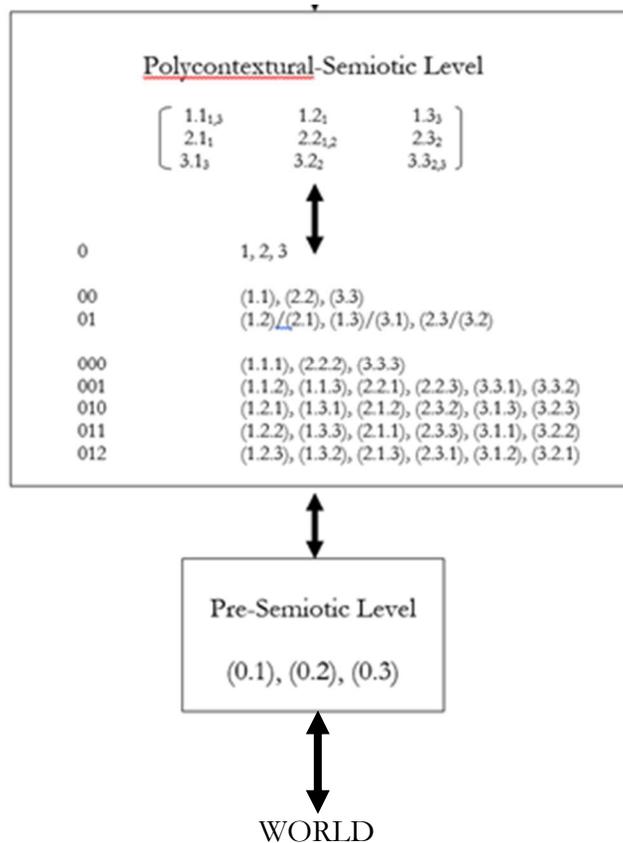
$$(0.3) = \{x \mid x \in \text{PrS} \wedge r(x) = 0 \wedge k(x) = 3\}$$

This threefold Ausdifferenzierung of the level of zeroness has no space of “representation” in kenogrammatics, since kenogrammatics starts with the “representation” of firstness – in accordance with the unwritten magic theorem of semiotics, cited in the beginning, that it is impossible to go deeper downstairs on the ladder between world and consciousness.

$\{(0.1), (0.2), (0.3)\}$ must thus be on a still deeper level than kenogrammatics, constituting what I have called the “pre-semiotic space” between ontological and semiotic space and coinciding with Bense level of “disposable” media ($M_1^\circ, M_2^\circ, M_3^\circ$). Also note that unlike (1.1), (2.2), (3.3), (1.1.1), (2.2.2), (3.3.3), ..., there is not genuine sub-signs or identitive morphism $*(0.0)$, since the existence of this monster would violate Bense’s theorem that for relational numbers, we always have $r > 0$. Or differently put: Before 0 could enter a relation with itself, it would have to be $r = 1$. Or again differently: The notion of “sign of sign ...” is meaningful, but the notion of “object of object ...” is not. An object is a category, not a relation, before it does not enter semiosis.

Therefore, we are forced to draw a model of “representation” of world and consciousness that looks approximately like follows:





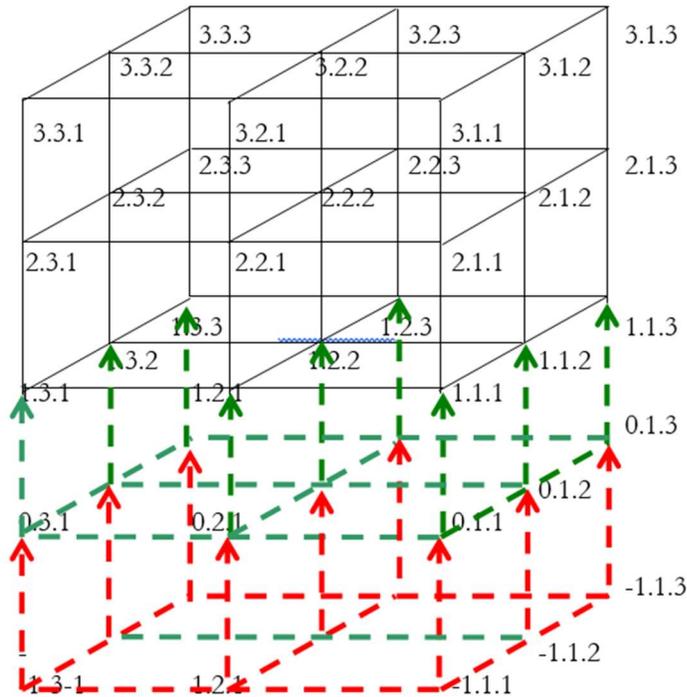
WORLD is thus the proper ontological space. The double arrow between the pre-semiotic level and WORLD thus says that already the objects contain the threefold Ausdifferenzierung towards differentiation between form, function and gestalt as a pre-semiotic trichotomy which is transported during semiosis via the disposable media onto the semiotic level of Firstness and is from there firstness inherited to Secondness and Thirdness (cf. Toth 2009a and my 2-volume –work “Semiotics and Pre-Semiotics”).

Bibliography

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008a)
- Toth, Alfred Semiotics and Prä-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (2008b)
- Toth, Alfred, A semiotics from tetradic prime-signs. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

The complete semiotic space of Zeroness

1. In Toth (2008b), I have shown that there are no formal obstacles against prolonging the Sign Cube of Stiebing (1978) by basing it on the level of Zeroness - as suggested explicitly by Stiebing himself (1981, 1984). Furthermore, nothing stops us to also project the positive cube into negative semiotic dimensions that had been introduced into semiotics in Toth (2007, pp. 52 ss.):



As we see, by prolonging the Sign-Cube in the way shown, we let the dimensional number in the following sign relation become 0:

SR = ((a.3.b) (c.2.d) (e.1.f)), where a, c, e = dim. numbers and b, d, f = triadic values.

2. As I have shown extensively in “Semiotics and Pre-Semiotics” (Toth 2008a), and as Stiebing (1981, 1984) and most of all Bense himself (1975, pp. 45 s., 65 ss.) had been shown before me, one has to assume an intermediary level of pre-semiotics between the ontological level of the objects and the semiotic level of the signs. This intermediary level of pre-semiotics is the space of the “disposable” objects, i.e. those objects who have not yet been selected, but are already characterized in their three possible pre-semiotic characteristics, in their “elementary-material” (0.1), in their “intentional-phenomenal” (0.2), and/or in their “formal-intelligible” (0.3) “world aspect” (Bense 1986, .65). Götz (1982, pp. 4, 28) had suggested the terms “secancy” (0.1), “semancy” (0.2), and “selectancy” (0.3). As one sees, the phenomenological threefold features of objects that have not yet entered semiosis are so general or abstract that the assumption, that a (pre-semiotic) interpretant would impregnate them to the object – before having decided if they do or do not enter semiosis! – leads to nonsense. However,

it is not enough to simply set Stiebing' Sign Cube deeper, since we have shown that in this way, we obtain 0-dimensional sub-signs, which have the form

(0.3.1, ..., 0.2.1, ..., 0.1.1 ...),

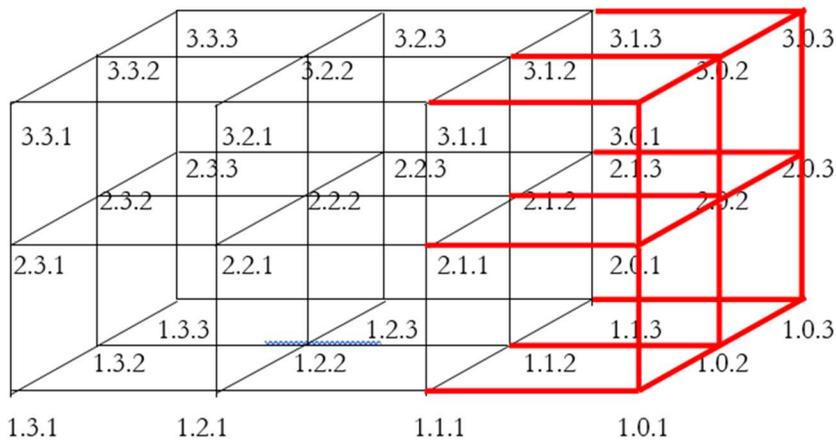
but not sub-signs which have the form

(0.3), (0.2), (0.1).

For the latter ones we thus must assume a triadic sub-sign-structure

(a.0.3), (a.0.2), (a.0.1),

where a is dimensional number, and thus $a \in \{1, 2, 3\}$ in the limits of Stiebing's Sign Cube. However, this means, that pre-semiotics does not build a semiotic dimension or "level" of its own, but participates on all the three (or more) semiotic levels already pre-given in the Stiebing-Cube:



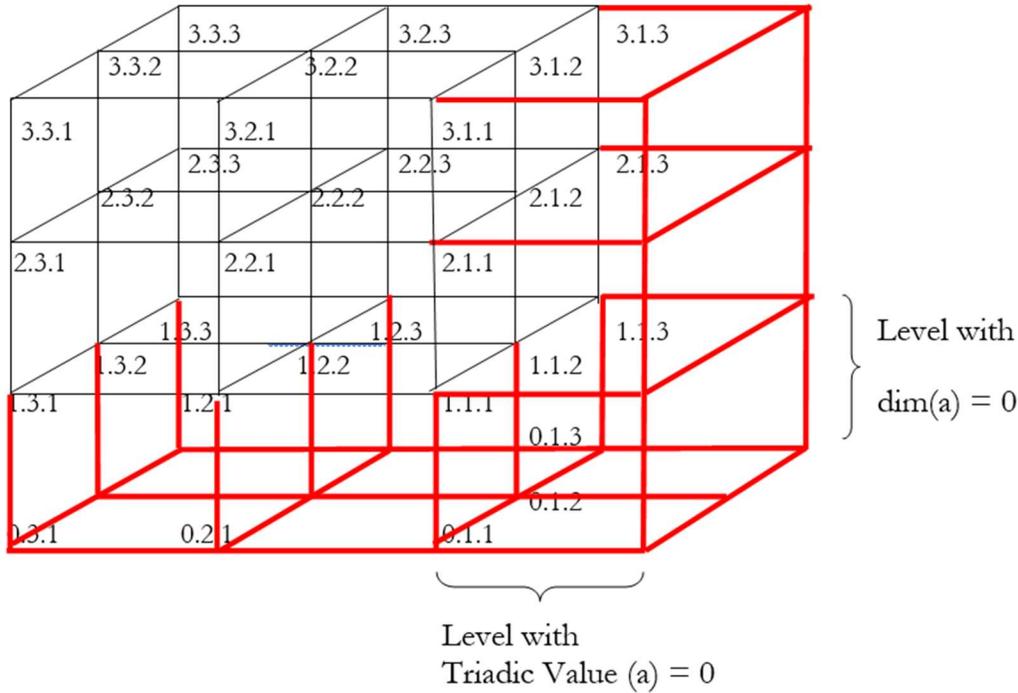
We thus have as expected:

dim(1): (1.0.1), (1.0.2), (1.0.3)

dim(2): (2.0.1), (2.0.2), (2.0.3)

dim(3): (3.0.1), (3.0.2), (3.0.3)

When we now combine the two extended Sign Cubi, we obtain:



In the above Stiebing Cube which has been twofold enlarged, the union of the right enlargement

$$A = \{a \mid \dim(a) = \{1, 2, 3, 4\},$$

$$B = \{a \mid \text{trich. val. } (a) = \{0, 1, 2, 3\},$$

$$A \cup B = \text{complete pre-semiotic space (CPS)}.$$

A guarantee that all triadic sub-signs and their combinations to triadic sign relations appear in all 4 dimensions, thus also in the area of 0-dimension, which is the “ontological space” (cf. Bense 1975, pp. 45 s., 65 ss.). B guarantees that the “pre-semiotic trichotomy” (0.1), (0.2), (0.3) appears in all 4 dimensions, but not a “pre-semiotic triad” which is excluded by virtue of Bense’s theorem that for objects per se their relational number is $r > 0$, i.e. that objects which have not yet been declared signs (not yet entered semiosis), are unable to combine themselves to relations.

3. Here, we have quickly to go back to a recent study (Toth 2009). For polycontextural signs, i.e. the mapping of sub-signs to contextures and their qualitative numbers, the *rightward enlargement* of the Stiebing Cube poses no problems, since the kenogrammtic structure of the qualitative numbers fulfills both the Stiebing Cube with and without right enlargement:

0	1, 2, 3	} 1-dim semiotics
00	(1.1), (2.2), (3.3)	
01	(1.2)/(2.1), (1.3)/(3.1), (2.3)/(3.2)	} 2-dim semiotics

000	(1.1.1), (2.2.2), (3.3.3)	} 3-dim semiotics
001	(1.1.2), (1.1.3), (2.2.1), (2.2.3), (3.3.1), (3.3.2)	
010	(1.2.1), (1.3.1), (2.1.2), (2.3.2), (3.1.3), (3.2.3)	
011	(1.2.2), (1.3.3), (2.1.1), (2.3.3), (3.1.1), (3.2.2)	
012	(1.2.3), (1.3.2), (2.1.3), (2.3.1), (3.1.2), (3.2.1)	
	<i>plus combinations with Zeroness</i>	

However, as we recognize easily, C 1 contains as deepest fundamental category already Firstness, according to Peirce in a sign the relation to itself. But where in the kenogrammatic model would be the place or space for semiotic Zeroness defined as the level of “disponibler ontischer Etwase mit der Relationszahl $r > 0$, aber der Kategorialahl $k = 1$ (Bense 1975, p. 66)? According to Bense, there is a pre-semiotic level of pre-signs, which have the formal characteristics

$$\text{PrS}^{r=0}_{k=1},$$

which are “ausdifferenzierbar”, i.e.

$$O^\circ \rightarrow M_{k=1}^\circ$$

$$O^\circ \rightarrow M_{k=2}^\circ$$

$$O^\circ \rightarrow M_{k=3}^\circ$$

and which populate the intermediary-level between the ontological space and the semiotic space (Bense 1975, p. 45, 65): “Ein unabhängig von jeder Zeichenrelation existierendes, aber mögliches Mittel M° hat die Relationszahl $r = 0$ ” (Bense 1975, p. 65. According to the Ausdifferenzierungsschema, we thus have

$$(0.1) = \{x \mid x \in \text{PrS} \wedge r(x) = 0 \wedge k(x) = 1\}$$

$$(0.2) = \{x \mid x \in \text{PrS} \wedge r(x) = 0 \wedge k(x) = 2\}$$

$$(0.3) = \{x \mid x \in \text{PrS} \wedge r(x) = 0 \wedge k(x) = 3\}$$

This threefold Ausdifferenzierung of the level of zeroness has no space of “representation” in kenogrammatics, since kenogrammatics starts with the “representation” of firstness – in accordance with the unwritten magic theorem of semiotics, cited in the beginning, that it is impossible to go deeper downstairs on the ladder between world and consciousness.

$\{(0.1), (0.2), (0.3)\}$ must thus be on a still deeper level than kenogrammatics, constituting what I have called the “pre-semiotic space” between ontological and semiotic space and coinciding with Bense level of “disposable” media ($M_1^\circ, M_2^\circ, M_3^\circ$). Also note that unlike (1.1), (2.2), (3.3), (1.1.1), (2.2.2), (3.3.3), ..., there is not genuine sub-signs or identitive morphism $*(0.0)$, since the existence of this monster would violate Bense’s theorem that for relational numbers, we always have $r > 0$. Or

differently put: Before 0 could enter a relation with itself, it would have to be $r = 1$. Or again differently: The notion of “sign of sign ...” is meaningful, but the notion of “object of object ...” is not. *An object is a category, not a relation, before it does not enter semiosis.*

Bibliography

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, pp. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus (ed.), Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, pp. 671-674

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die Struktur der semiotischen Nullheit III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred Semiotics and Prä-Semotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, How deep is the kenogrammatic level? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Interaktionen zwischen tiefsten Fundierungen

1. Einer der wichtigsten Begriffe, die erst kürzlich in die Semiotik eingeführt worden sind, ist die Interaktion zwischen Subzeichen, Zeichenklassen, Realitätsthematiken, allgemein zwischen Zeichenrelationen (vgl. Kaehr 2009). In der klassischen Peirce-Bense-Semiotik beschränkte man sich auf die Erforschung der statischen Zeichenzusammenhänge (vgl. Toth 1993, S. 135-175), und auch wo von dynamischen Zusammenhängen (Semiosen, Morphismen) die Rede war, da wurde doch zumeist von der triadischen Zeichenrelation als “kleinstem” Zeichengebilde ausgegangen.

2. Nun hatte ich aber in meinem Aufsatz “Über tiefste semiotische Fundierungen” (Toth 2009), dessen Titel bewusst einer Kapitelüberschrift Benses (1986, S. 64 ff.) nachgebildet war, darauf hingewiesen, dass nach Bense (1986, S. 64) innerhalb der triadischen Zeichenrelation der Interpretant eine “kontextlich objekt-präsentierende” Funktion ist. Das bedeutet also, dass das Objekt, welches durch das Zeichen bezeichnet wird, als “relativer Objektbezug” (Bense 1986, S. 64) nicht nur interpretiert und damit repräsentiert, sondern auch präsentiert wird. Diese ganz erstaunliche späte Formulierung Benses widerspricht denn auch im Grunde der semiotischen Basistheorie, stellt aber eine Annäherung an ihre polykontexturale Interpretation durch Ditterich (1990) dar. Formal bedeutet Benses Feststellung der Objekt-präsentierenden Funktion des repräsentierenden Interpretanten, dass wir nicht von dem folgenden Modell

(2.b) ← (3.a).

auszugehen haben, sondern von einem Modell, das etwa wie folgt aussieht:

(0.d)

↓ ← (3.a).

(2.b)

Präsentation setzt immer ein Objekt voraus; Repräsentation ist dagegen immer an Zeichen gebunden. Auch wenn Bense hier nichts weiteres sagt, so bezieht er sich wohl auf zwei Kapitel seines früheren Buches “Semiotische Prozesse und Systems” (1975, S. 45 f., 65 ff.), wo er ausdrücklich zwei präsemiotische Ebenen zwischen dem “ontologischen” und dem “semiotischen Raum” sowie eine Kategorie der “Nullheit” eingeführt hatte, die später teilweise in der Semiotik aufgegriffen wurde.

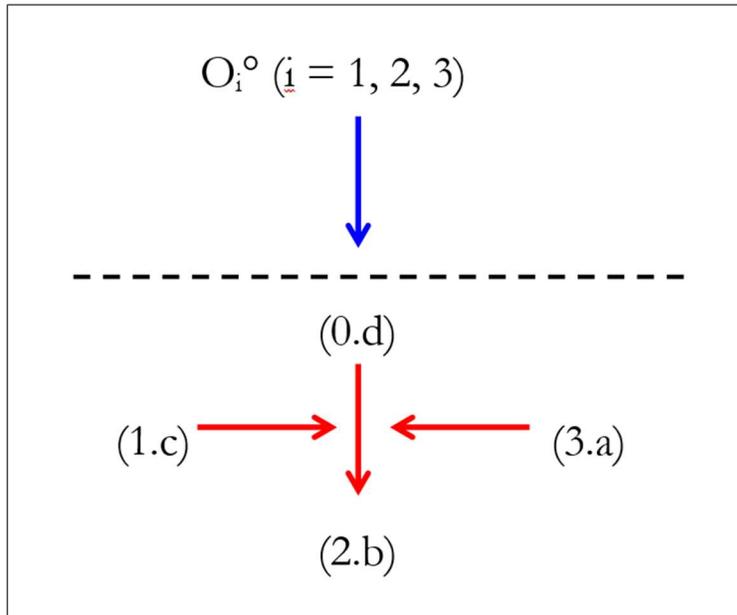
Zusammen mit dem repertoiriellen Mittel bekommen wir dann aber ein tetradisches Zeichenmodell, das in Toth (2009) wie folgt skizziert wurde:

(0.d)

(1.c) → ↓ ← (3.a).

(2.b)

bzw. ein elementares Modell der Zeichengenesse (Semiose), das wie folgt gegeben werden kann:



Wenn wir vom Kontexturübertritt zwischen dem disponiblen Objekt (O_i^o) und dem tetradischen 4-kontexturalen Zeichenmodell abssehen, können also 4 Kategorien in diesem Zeichenmodell miteinander interagieren:

$(0.d) \leftrightarrow (1.c)$

$(0.d) \leftrightarrow (2.b)$ $(1.c) \leftrightarrow (2.b)$

$(0.d) \leftrightarrow (3.a)$ $(1.c) \leftrightarrow (3.a)$ $(2.b) \leftrightarrow (3.a)$

Wir haben also 6 Interaktionen zwischen den Fundamentalkategorien eines tetradischen Zeichenschemas.

Wenn wir zwei Zeichenschemata i, j nehmen, ergeben sich die folgenden 10 Interaktionen (oder "Interplays"?):

$(0.d)_i \leftrightarrow (0.d)_j$

$(0.d)_i \leftrightarrow (1.c)_j$ $(1.c)_i \leftrightarrow (1.c)_j$

$(0.d)_i \leftrightarrow (2.b)_j$ $(1.c)_i \leftrightarrow (2.b)_j$ $(2.b)_i \leftrightarrow (2.b)_j$

$(0.d)_i \leftrightarrow (3.a)_j$ $(1.c)_i \leftrightarrow (3.a)_j$ $(2.b)_i \leftrightarrow (3.a)_j$ $(3.a)_i \leftrightarrow (3.a)_j$

Diese können mit Hilfe der dynamischen semiotischen Kategorien mühelos berechnet werden (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.)

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierung. Klagenfurt 1990

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf> (2009)

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Bifurkationen und Zeichenzusammenhänge

1. Unter den 10 Peirceschen Zeichenklassen gibt es genau 6 Zeichenklassen, die ein genuines Subzeichen enthalten:

(3.1 2.1 1.1) (3.1 2.2 1.2)

(3.1 2.2 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.2 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

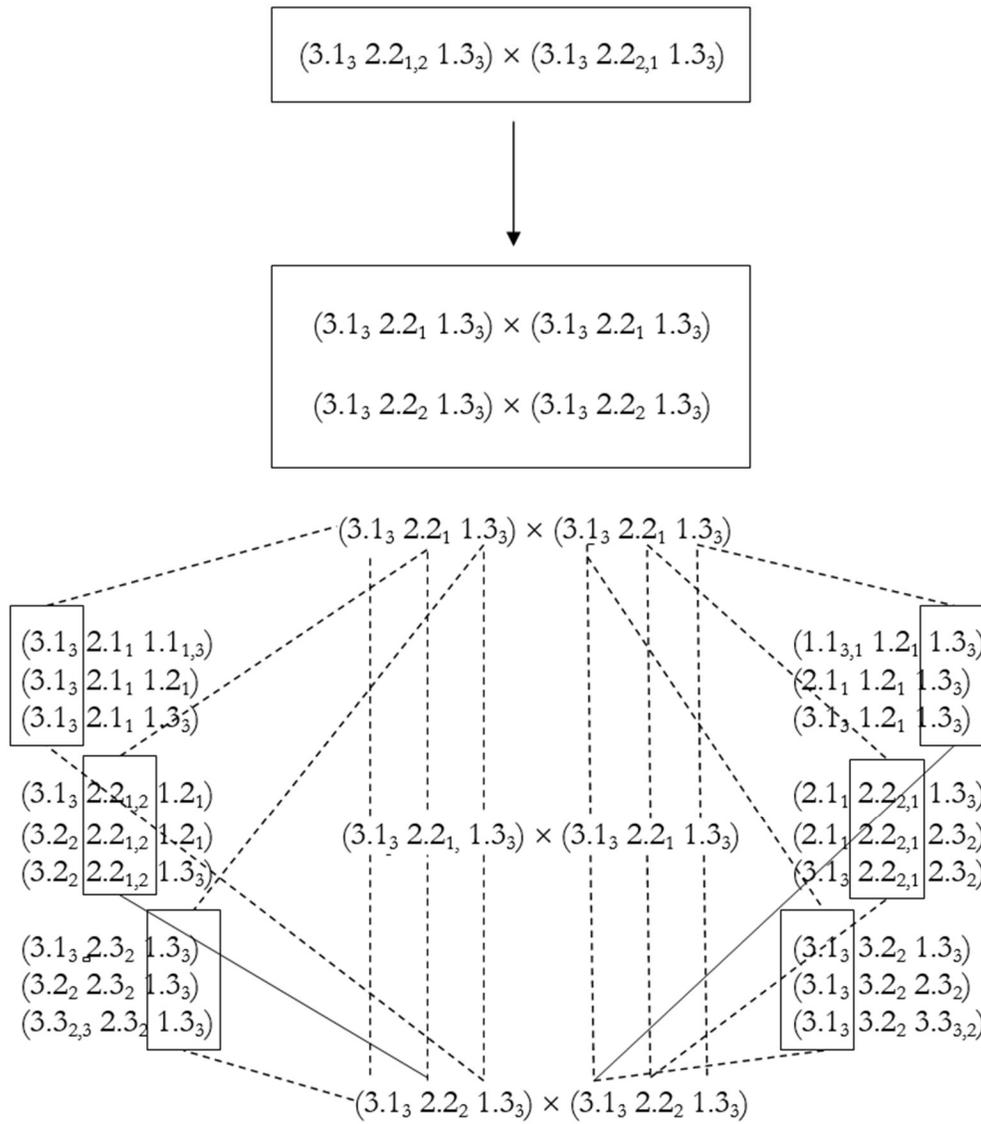
sowie die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1). Sobald Zeichenklassen kontextuiert werden, enthalten diese (angefangen mit 3 Kontexturen) zwei und nicht einen kontextuellen Wert. Der Grund ist einsichtig: Würde man etwa

(3.1 2.2 1.3) \rightarrow (3.1₃ 2.2₁ 1.3₃) oder (3.1₃ 2.2₂ 1.3₃)

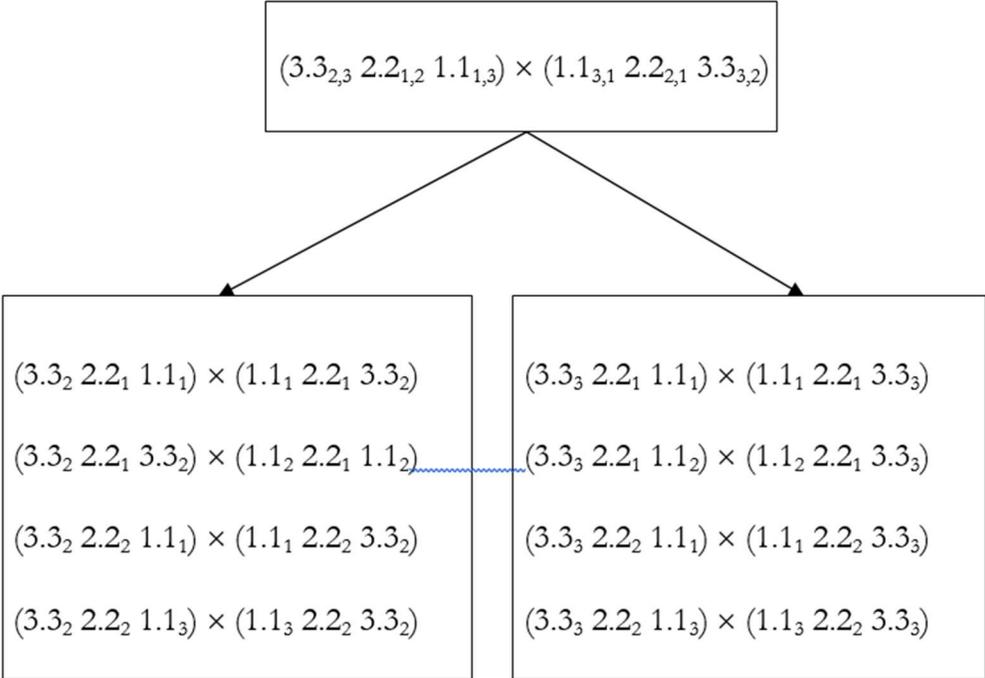
schreiben, so wäre gegenüber der nicht.-kontextuellen, monokontextuellen Schreibweise nicht viel gewonnen. Schliesslich soll damit, dass ein identitiver Morphismus mehr als 1 Kontextur angehört, gerade der logische Identitätssatz aufgehoben werden.

2. Doppelte und mehrfache kontextuelle Indizierung aber kann durch Bifurkation aufgelöst werden (Toth 2009). Damit ergeben sich jedoch ganz neue Zusammenhänge der Peirceschen Zeichenklassen. Es ist nun zwar natürlich nicht so, dass die Kontexturierung die Bildung neuer Determinantensymmetrie qua neuer eigenrealer Zeichenklassen ergibt, weil das Gegenteil der Fall ist und die Kontextuierung die Eigenrealitäten zerstört, aber es wird im folgenden gezeigt, dass zu jedem Paar von Zeichenklassen, das aus einer durch Bifurkation aufgelösten Zeichenklasse entsteht, zu diesem Paar als obere und untere Schranke ein Determinantensystem in Form einer Trichotomischen Triade konstruiert werden kann, bei denen mindestens jedes Subzeichen der Zeichenklassen (Realitätsthematiken) der Trichotomischen Triaden in einem kontextuellen Wert sowohl mit der oberen als auch mit der unteren Schranke zusammenhängt und damit via Kontexturierung also einen neuen, semiotischen "Super"-Verband liefert.

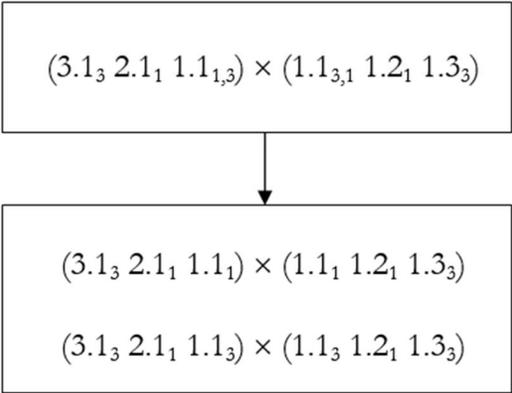
3.1. Bifurkationen der ER

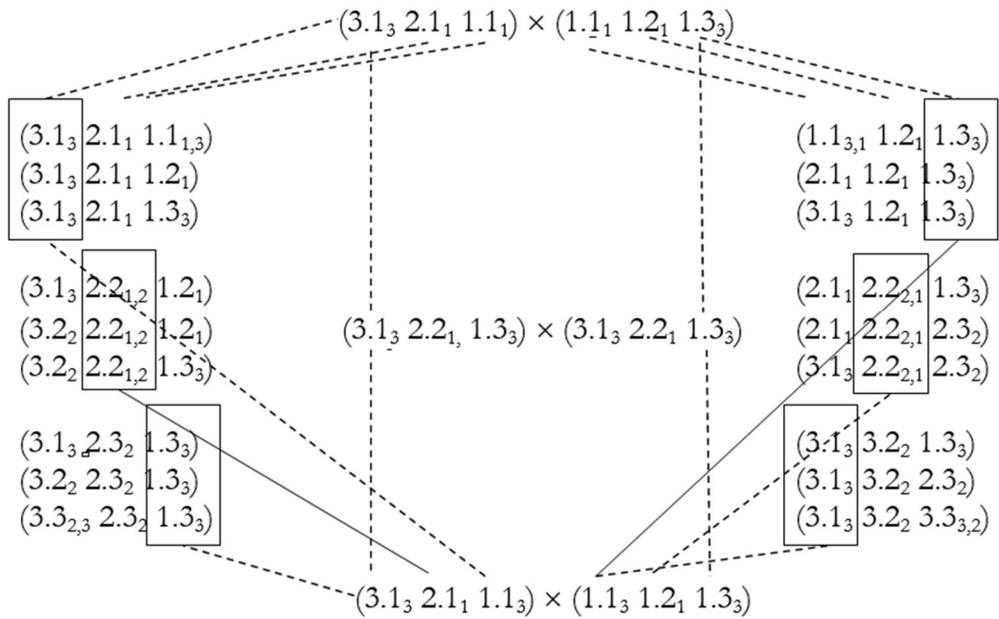


3.2. Bifurkationen der KR

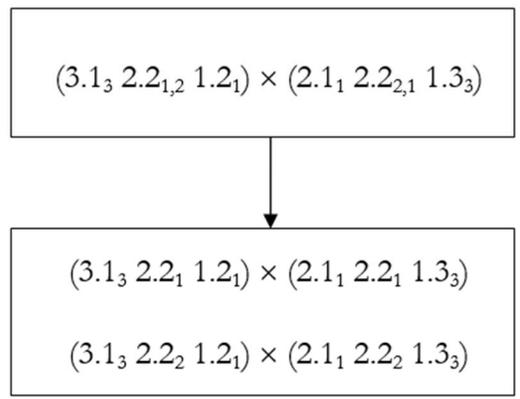


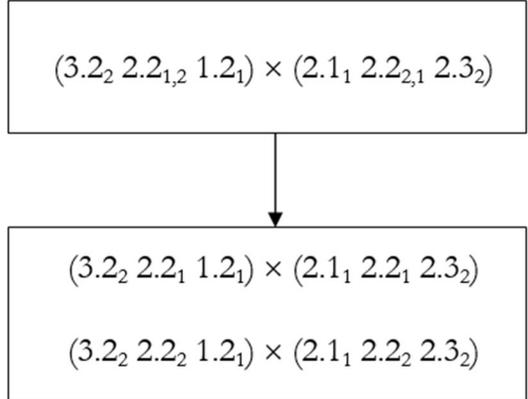
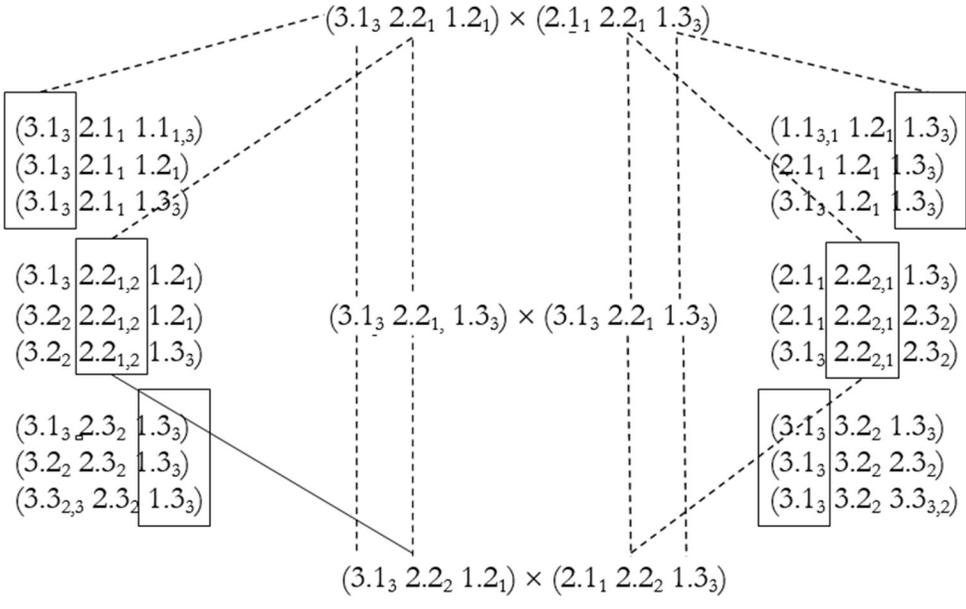
3.3. Bifurkationen von der (1.1)-Klasse

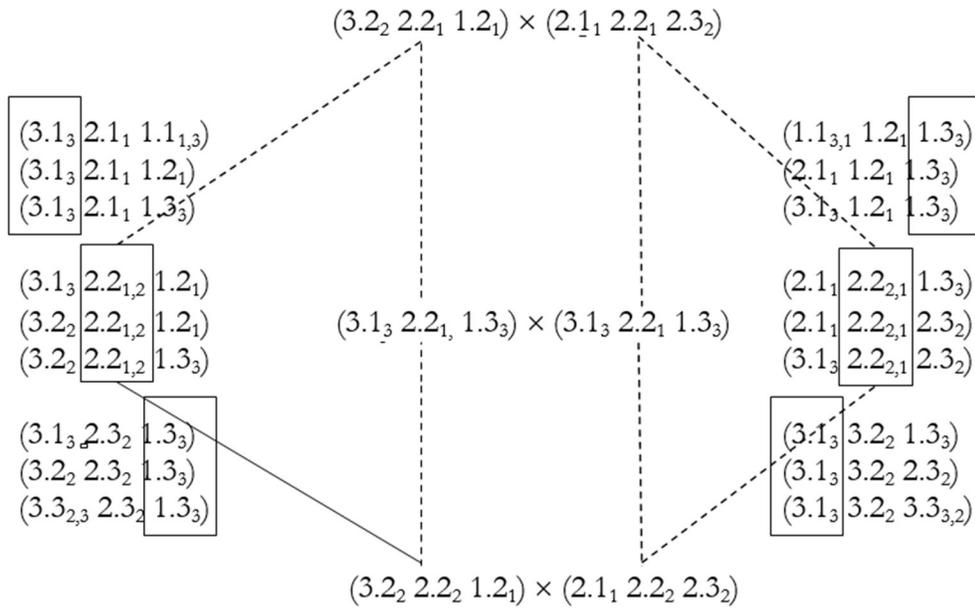




3.4. Bifurkationen von den (2.2)-Klassen





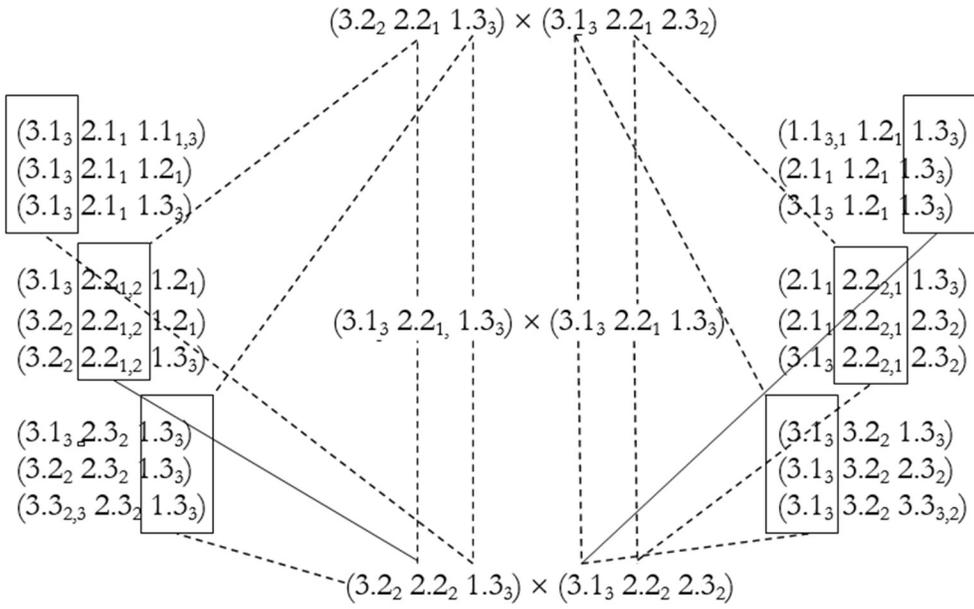


$$3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$$

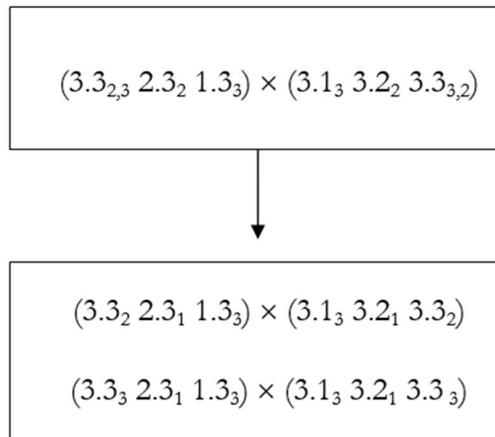


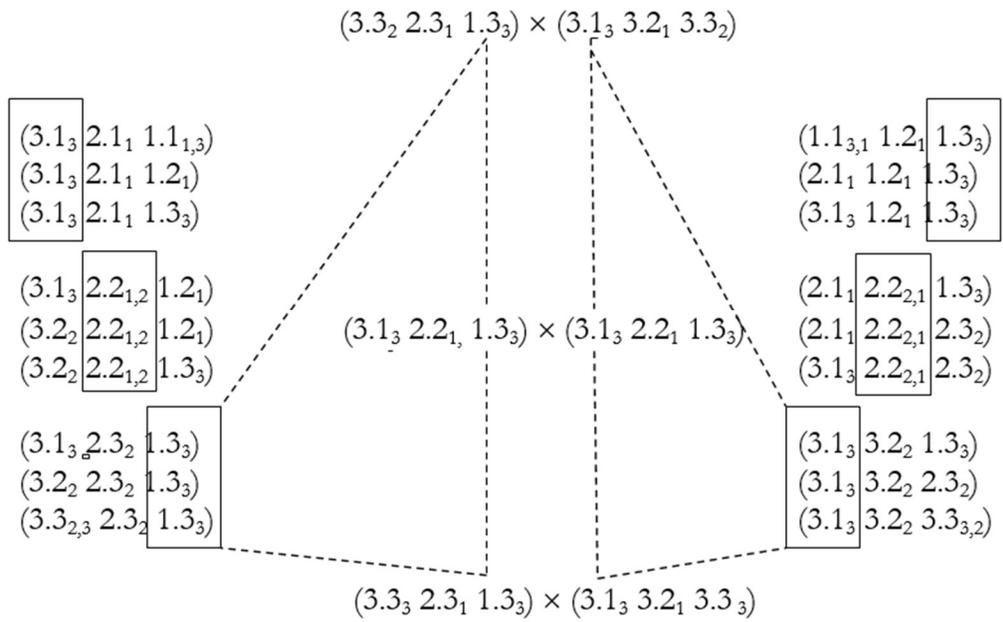
$$(3.2_2 \ 2.2_1 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_1 \ 2.3_2)$$

$$(3.2_2 \ 2.2_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_2 \ 2.3_2)$$



3.5. Bifurkationen von der (3.3)-Klasse





Bibliographie

Toth, Alfred, Bifurkation und Eigenrealität. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Diamantenschreibweise für kontexturierte Zeichenklassen

1. Polykontexturale Zeichenklassen verlangen nicht nur kategoriale, sondern auch antiparallelkategoriale oder von Kaehr (2007) so genannte saltatorische Notation. Beide, Kategorien und Saltatorien, können in einem Diamanten dargestellt werden. Zu meinem ersten Versuch einer semiotischen Diamantentheorie vgl. Toth (2008b), zu fundamentaler Kritik Kaehr (2009a, b, c).

2. In Toth (2008a) hatte ich dynamische semiotische Kategorien eingeführt: Sie bilden nicht einfach Kategorien auf Subzeichen ab, wie etwa in

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \rightarrow (\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \beta\alpha),$$

wo der triadisch verschachtelten Relation aus einer monadischen, dyadischen und triadischen Relation keinerlei Rechnung getragen wird, sondern sie übertragen die Phasenübergänge zwischen den semiosischen Relationen in die Morphismen, wie etwa in

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \rightarrow ((3.2), (1.1); (2.1), (1.3)) \equiv [[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]].$$

Wenn man aber (durch regressive Multiplikation) zu $(\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \beta\alpha)$ zurückkehren möchte, muss man entsprechend der Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion des Zeichens das Paar natürlicher Transformationen um ein weiteres Glied in ein Tripel verwandeln, wie etwa im vorherigen Beispiel

$$[[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \beta\alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ \beta^\circ]]$$

2. Nun lautet aber die 3-konturale Fassung unserer Zeichenklasse

$$(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3).$$

Man kann sich dadurch behelfen, wie Kaehr (2009c) es tut, dass man einfach die Kategorien indiziert, wie man zuvor die Subzeichen indiziert hatte. Ferner kann man alles noch mehr vereinfachen, dass man alle Kategorien auf einen Morphismus α und seine Konverse α° reduziert; man hat dann $\alpha_{i;j} / \alpha^\circ_{i;j}$.

Ich sehe aber keinen Grund, auf die kategoriale Fundamentalunterscheidung zwischen

$$(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha$$

$$(2 \rightarrow 3) \equiv \beta$$

zu verzichten, man muss ja die Komposition für jede Kategorie irgendwie nachweisen, und das geht so wohl am saubersten.

Auf jeden Fall sind wir jetzt soweit, dass wir die vollständige diamantentheoretische Notation für eine polykontexturale Zeichenklasse angeben können. Als Beispiel stehe wiederum (3.1 2.1 1.3):

$$\left(\begin{array}{l} ((3.1)_3 \rightarrow ((2.1)_1 \rightarrow (1.3)_3) \equiv \\ [[\beta^\circ, \text{id}1]_{(3 \rightarrow 1)}, [\alpha^\circ, \beta\alpha]_{(1 \rightarrow 3)}, [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]_{(3 \rightarrow 3)}] \\ \\ ((1.3)_3 \rightarrow ((2.1)_1 \rightarrow (3.1)_3) \equiv \\ [[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]_{(3' \rightarrow 1)}, [\beta, \text{id}1]_{(1 \rightarrow 3)}, [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]_{(3' \rightarrow 3)}] \end{array} \right)$$

Die allgemeine Form der diamantentheoretischen Notation für n-kontexturale Zeichenklassen mit $n \geq 2$ ist daher:

$$\left(\begin{array}{l} ((3.a)_i \rightarrow ((2.b)_j \rightarrow (1.c)_k) \equiv \\ [[(3.2), (a.b)]_{(i \rightarrow j)}, [(2.1), (b.c)]_{(j \rightarrow k)}, [(1.3), (c.a)]_{(i \rightarrow k)}] \\ \\ ((1.a)_k \rightarrow ((2.b)_j \rightarrow (3.a)_i) \equiv \\ [[(c.1), (a.3)]_{(3' \rightarrow 1)}, [(b.2), (1.c)]_{(1 \rightarrow 3)}, [(a.d), (2.d)]_{(3' \rightarrow 3)}] \end{array} \right)$$

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf> (2009a)

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. <http://rudys-diamond-strategies.blogspot.com/2008/12/diamond-semiotics.html> (2009b)

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2009c)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008b)

Kontexturierte semiotische Kategorien

1. R. Kaehr (2008) hatte gezeigt, wie man Zeichenklassen kontexturiert, indem man ihre Subzeichen kontexturiert. Damit ist es natürlich möglich, auch die für die Subzeichen stehenden semiotischen Morphismen (Semiosen) zu kontextuieren. Da sich aufgrund der in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführten dynamischen semiotischen Kategorientheorie allerhand Schwierigkeiten einstellen können, soll die Funktionsweise kontextuierter semiotischer Kategorien anhand von 3- und 4-kontexturalen Semiosen dargestellt werden.

2. Zunächst kann man die kontexturierte semiotische Subzeichenmatrix in die kontexturierte semiotische Kategorienmatrix transformieren, indem man die Subzeichen durch die entsprechenden Kategorien ersetzt (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.):

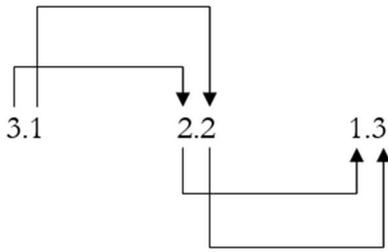
$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \text{id}_{1,3} & \alpha_1 & \beta\alpha_3 \\ \alpha^\circ_1 & \text{id}_{1,2} & \beta_2 \\ \alpha^\circ\beta^\circ_3 & \beta^\circ_2 & \text{id}_{2,3} \end{pmatrix}$$

Nun besteht die Essenz der in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführten dynamischen Kategorien darin, dass in Zeichenrelationen nicht die Subzeichen 1:1 durch Kategorien ersetzt werden, wie dies zuvor der Fall war, sondern dass der Tatsache Rechnung getragen wird, dass die triadische Zeichenrelation eine Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation, d.h. eine Relation über Relationen bzw. eine “verschachtelte” Relation ist.

Wenn wir also z.B. die Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) nehmen, werden wir sie nicht statisch durch $[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha]$ kategorial darstellen, sondern nach dem folgenden Muster:

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow [[3.2, 1.2], [2.1, 2.3]],$$

d.h.



Da die Kontexturenwerte jedes Subzeichens in keiner Beziehung zu den Kontexturwerten ihrer Primzeichen stehen, müssen die Kontexturenwerte der dynamisch zusammengesetzten Morphismen (Semiosen, Subzeichen) aus der obigen kategorialen Matrix bestimmt werden. Für das obige Beispiel bekommen wir also für die entsprechende 3-kontexturale Zeichenklasse:

$$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow [[3.2_2, 1.2_1], [2.1_1, 2.3_2]]$$

Und für die entsprechende 4-kontexturale Zeichenklasse:

$$(3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4}) \rightarrow [[3.2_{2,4}, 1.2_{1,4}], [2.1_{1,4}, 2.3_{2,4}]]$$

Demzufolge können wir paarweise Transformationen (vgl. Toth 2009) wie folgt darstellen:

$$\begin{array}{ccc} (3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3}) & & \\ \downarrow & & \downarrow \\ (3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3}) & & \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & \\ (2.1_{1,4} \rightarrow 2.2_{1,2,4}) \rightarrow [2.2_{1,2,4}, 1.2_{1,4}] = [\text{id}_{1,2,4}, \alpha_{1,4}] & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} (3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.1_{1,3,4}) \times (1.1_{4,3,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3}) & & \\ \downarrow & & \downarrow \\ (3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3}) & & \\ \underbrace{\hspace{10em}} & & \\ [(2.1_{1,4} \ 1.1_{1,3,4}) \rightarrow (1.1_{1,3,4} \ 1.3_{3,4})] \rightarrow [[[\alpha_{1,4}, \text{id}_{1,3,4}], [2.1_{1,4}, 1.3_{3,4}]], [[1.1_{1,3,4}], [1.3_{3,4}]]] = [[[\alpha_{1,4}, \text{id}_{1,3,4}], [\alpha_{1,4}, \beta\alpha_{3,4}]], [[\text{id}_{1,3,4}, \beta\alpha_{3,4}]]] & & \end{array}$$

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In:
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html>
(2009)

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Untersuchungen zu Zeichenobjekten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische und präsemiotische Semiosen

1. In dieser Arbeit beziehe ich mich auf die in Bense (1971, S. 33 ff.) sowie in Walther (1979, S. 133 ff.) dargestellte semiotische Graphentheorie, allerdings aus einem semiosischen und nicht semiotischen Blickwinkel. Die Grundüberlegung besteht darin, dass jede triadische Zeichenrelation die 6 Permutationen

(3.a 2.b 1.c)

(3.a 1.c 2.b)

(2.b 3.a 1.c)

(2.b 1.c 3.a)

(1.c 3.a 2.b)

(1.c 2.b 3.a)

besitzt und fernerhin aus je zwei Dyaden der Form

(1.c 2.b) \diamond (2.b 3.a)

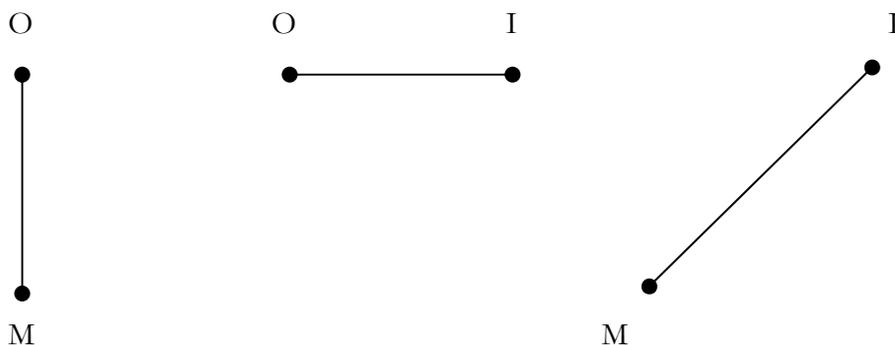
konkateniert ist, wobei die Dyaden selbst natürlich aus Monaden zusammengesetzt sind. Eine triadische Relation ist ja nach Bense (1979, S. 53) eine triadische Relation über eine dyadischen und eine monadischen Relation, d.h.

$ZR = (3.a \rightarrow (2.b \rightarrow (1.c)))$

Graphentheoretisch gesprochen versuche ich also im folgenden, aufsteigend von monadischen (1 Kante) über 2 bis zu 3 Kanten Interpretationen der entsprechenden semiotischen Semiosen zu geben. Im Falle der präsemiotischen Semiosen gibt es maximal 6 Kanten und daher viel mehr semiosische Kombinationsmöglichkeiten.

2. Semiotische Semiosen

2.1. Einkantige Semiosen



2 Möglichkeiten für $M \text{ — } O$:

$M \rightarrow O$: Bezeichnungsfunktion (Realisation, Klein 1984, S. 44)

$M \leftarrow O$: Inverse Bezeichnungsfunktion (Involution, Klein 1984, S. 44)

2 Möglichkeiten für $O \text{ — } I$:

$O \rightarrow I$: Bedeutungsfunktion (Formalisation/Generalisation, Klein 1984, S. 44)

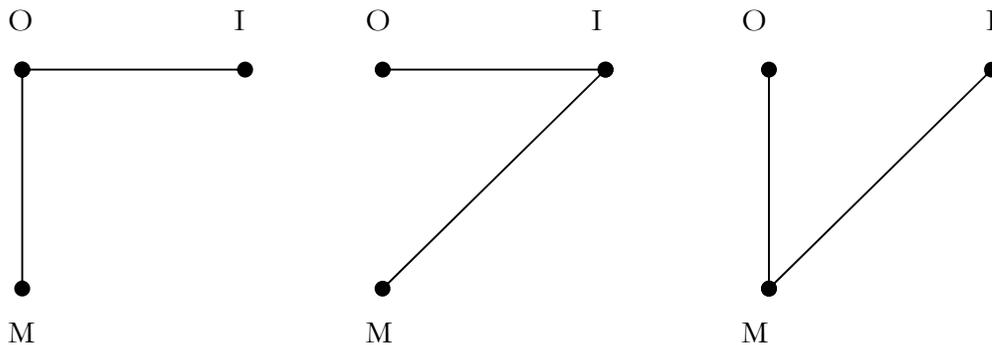
$O \leftarrow I$: Inverse Bedeutungsfunktion (Replikation, Klein 1984, S. 44)

2 Möglichkeiten für $M \text{ — } I$:

$M \rightarrow I$: Inverse Gebrauchsfunktion

$M \leftarrow I$: Gebrauchsfunktion

2.2 Zweikantige Semiosen



4 Möglichkeiten für $M \text{ — } O \text{ — } I$:

$M \rightarrow O \rightarrow I$: Triadische Zeichenrelation in semiotischer Ordnung

$M \rightarrow O \leftarrow I$: Triadische Zeichenrelation in gemischt semiotisch-retrosemiotischer Ordnung
(Bezeichnungsfunktion und inverse Bedeutungsfunktion)

$M \leftarrow O \rightarrow I$: dito

$M \leftarrow O \leftarrow I$: Triadische Zeichenrelation in retrosemiotischer Ordnung

4 Möglichkeiten für $M \text{ — } I \text{ — } O$:

$M \rightarrow I \rightarrow O$: Kreationsschema in semiotischer Ordnung

$M \rightarrow I \leftarrow O$: Kreationsschema in gemischt semiosisch-retrosemiosischer Ordnung

$M \leftarrow I \rightarrow O$: dito

$M \leftarrow O \leftarrow O$: Kreationsschema in retrosemiosischer Ordnung

4 Möglichkeiten für $M \text{ — } O$, $M \text{ — } I$:

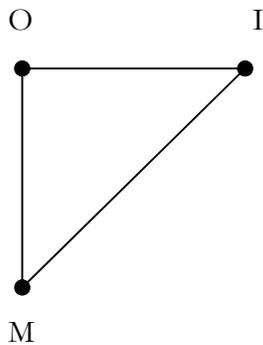
$M \rightarrow O$: Bezeichnungsfunktion (s.o.)

$M \leftarrow O$ Inverse Bezeichnungsfunktion (s.o.)

$M \rightarrow I$: Inverse Gebrauchsfunktion (s.o.)

$M \leftarrow I$: Gebrauchsfunktion (s.o.)

2.3. Dreikantige Semiose



Hier gibt es 6 Ecken- und 4 Kanten-Permutationen-

$M \rightarrow O \rightarrow I$, $M \rightarrow O \leftarrow I$, $M \leftarrow O \rightarrow I$, $M \leftarrow O \leftarrow I$

$M \rightarrow I \rightarrow O$, $M \rightarrow I \leftarrow O$, $M \leftarrow I \rightarrow O$, $M \leftarrow I \leftarrow O$

$O \rightarrow M \rightarrow I$, $O \rightarrow M \leftarrow I$, $O \leftarrow M \rightarrow I$, $O \leftarrow M \leftarrow I$

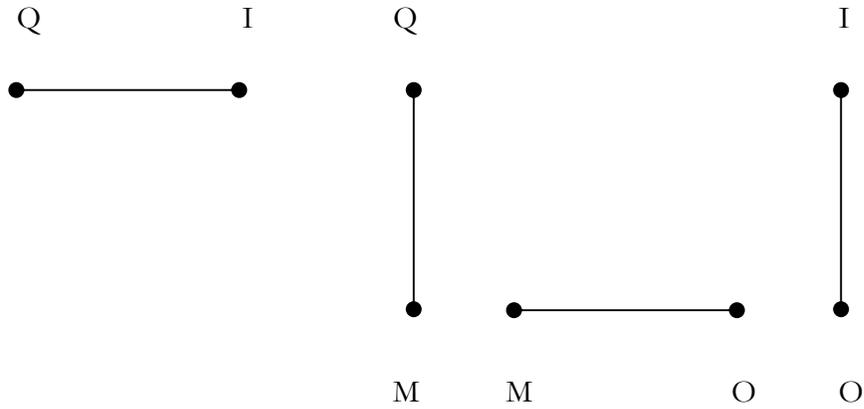
$O \rightarrow I \rightarrow M$, $O \rightarrow I \leftarrow M$, $O \leftarrow I \rightarrow M$, $O \leftarrow I \leftarrow M$

$I \rightarrow M \rightarrow O$, $I \rightarrow M \leftarrow O$, $I \leftarrow M \rightarrow O$, $I \leftarrow M \leftarrow O$

$I \rightarrow O \rightarrow M$, $M \rightarrow O \leftarrow I$, $M \leftarrow O \rightarrow I$, $M \leftarrow O \leftarrow I$

3. Präsemiotische Semiosen

3.1. Einkantige Semiosen



$Q \rightarrow I$: Erkenntnis der Qualität

$Q \leftarrow I$: Darstellung der Qualität

$M \rightarrow Q$: Zuordnung eines (disponiblen) Mittels zu einem kategorialen Objekt

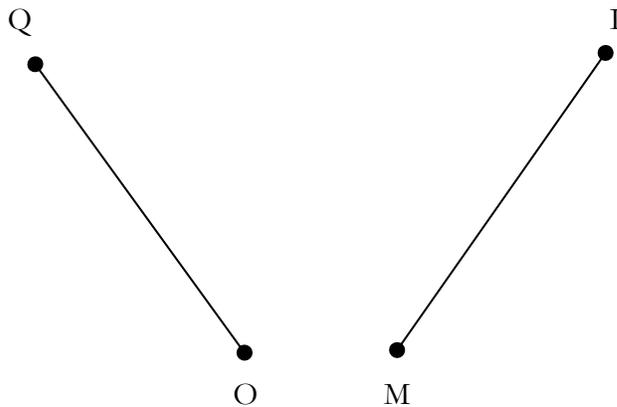
$M \leftarrow Q$: Selektion eines (disponiblen) Mittels aus einem kategorialen Objekt

$M \rightarrow O$: Bezeichnungsfunktion (s.o.)

$M \leftarrow O$: Inverse Bezeichnungsfunktion (s.o.)

$O \rightarrow I$: Bedeutungsfunktion (s.o.)

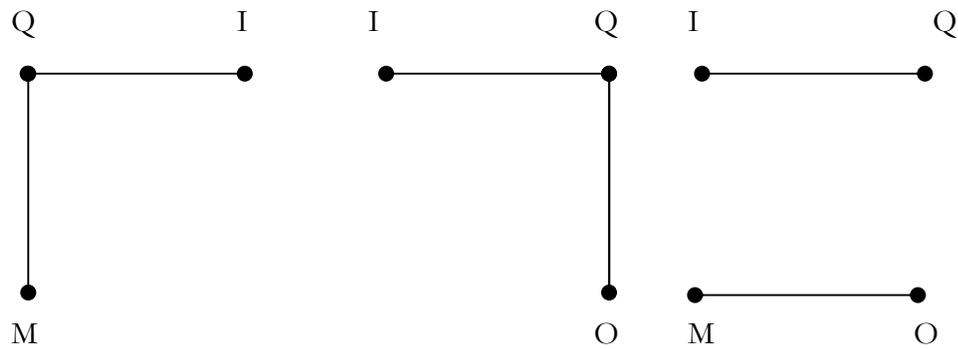
$O \leftarrow I$: Inverse Bedeutungsfunktion (s.o.)



$O \rightarrow Q$: Abbildung eines semiotischen Objekts auf das kategoriale Objekt

$O \leftarrow Q$: Selektion eines kategorialen Objektes als semiotisches Objekt

3.2. Zweikantige Semiosen



4 Möglichkeiten für $M \text{---} Q \text{---} I$:

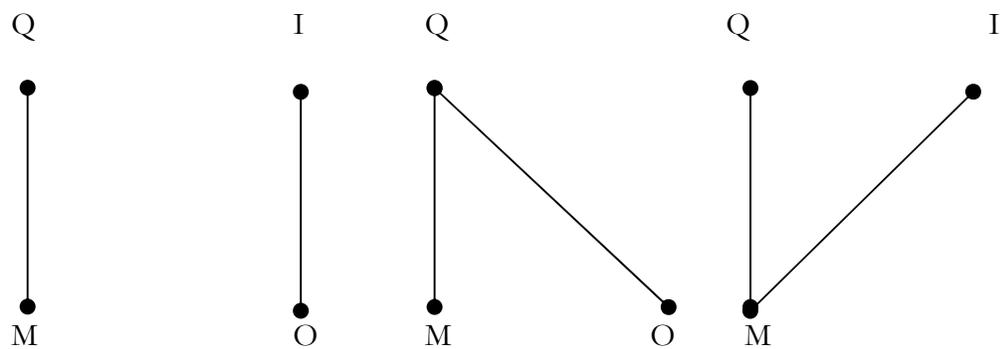
$(M \rightarrow Q \rightarrow I)$, $(M \rightarrow Q \leftarrow I)$, $(M \leftarrow Q \rightarrow I)$, $(M \leftarrow Q \leftarrow I)$

4 Möglichkeiten für $Q \text{---} I \text{---} O$

$(Q \rightarrow I \rightarrow O)$, $(Q \rightarrow I \leftarrow O)$, $(Q \leftarrow I \rightarrow O)$, $(Q \leftarrow I \leftarrow O)$

4 Möglichkeiten für $Q \text{---} I; M \text{---} O$:

$(Q \rightarrow I)$, $(Q \leftarrow I)$; $(M \rightarrow O)$, $(M \leftarrow O)$



4 Möglichkeiten für $Q \text{---} M; I \text{---} O$:

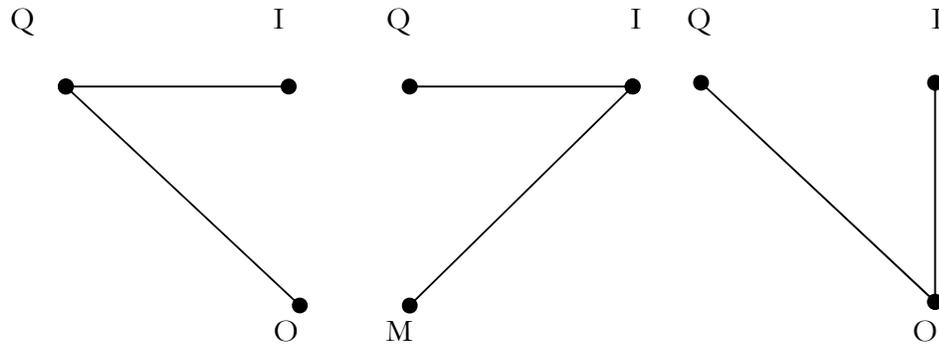
$(Q \rightarrow M)$, $(Q \leftarrow M)$; $(I \rightarrow O)$, $(I \leftarrow O)$

4 Möglichkeiten für $M \text{---} Q \text{---} O$:

$(M \rightarrow Q \rightarrow O), (M \rightarrow Q \leftarrow O), (M \leftarrow Q \rightarrow O), (M \leftarrow Q \leftarrow O)$

4 Möglichkeiten für $Q - M - I$:

$(Q \rightarrow M \rightarrow I), (Q \rightarrow M \leftarrow I), (Q \leftarrow M \rightarrow I), (Q \leftarrow M \leftarrow I)$



4 Möglichkeiten für $O - Q - I$:

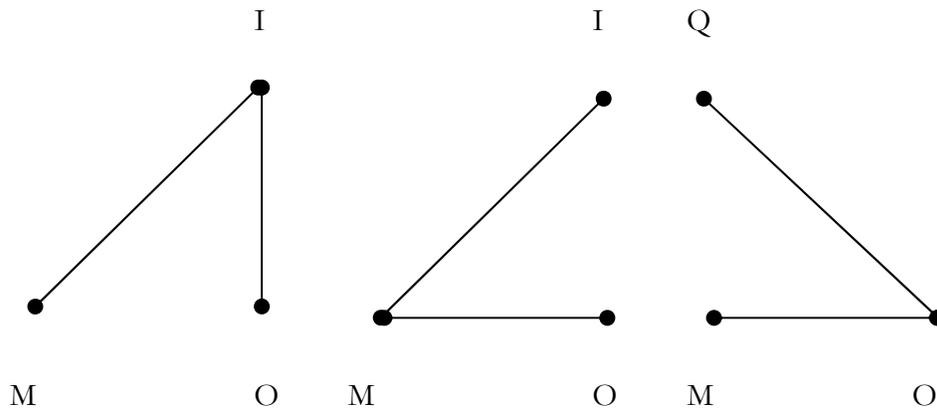
$(O \rightarrow Q \rightarrow I), (O \rightarrow Q \leftarrow I), (O \leftarrow Q \rightarrow I), (O \leftarrow Q \leftarrow I)$

4 Möglichkeiten für $Q - I - M$:

$(Q \rightarrow I \rightarrow M), (Q \rightarrow I \leftarrow M), (Q \leftarrow I \rightarrow M), (Q \leftarrow I \leftarrow M)$

4 Möglichkeiten für $Q - O - I$:

$(Q \rightarrow O \rightarrow I), (Q \rightarrow O \leftarrow I), (Q \leftarrow O \rightarrow I), (Q \leftarrow O \leftarrow I)$



4 Möglichkeiten für $M - I - O$:

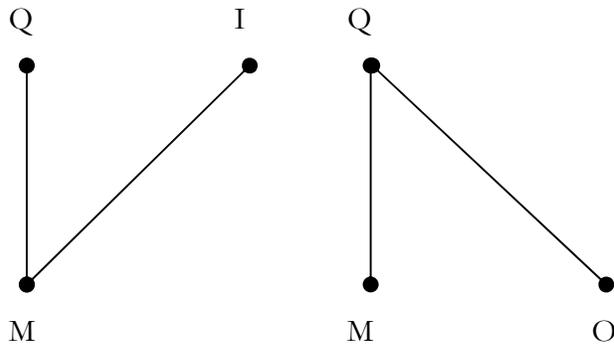
$(M \rightarrow I \rightarrow O), (M \rightarrow I \leftarrow O), (M \leftarrow I \rightarrow O), (M \leftarrow I \leftarrow O)$

4 Möglichkeiten für $O - M - I$:

$(O \rightarrow M \rightarrow I), (O \rightarrow M \leftarrow I), (O \leftarrow M \rightarrow I), (O \leftarrow M \leftarrow I)$

4 Möglichkeiten für $M - O - Q$:

$(M \rightarrow O \rightarrow Q), (M \rightarrow O \leftarrow Q), (M \leftarrow O \rightarrow Q), (M \leftarrow O \leftarrow Q)$



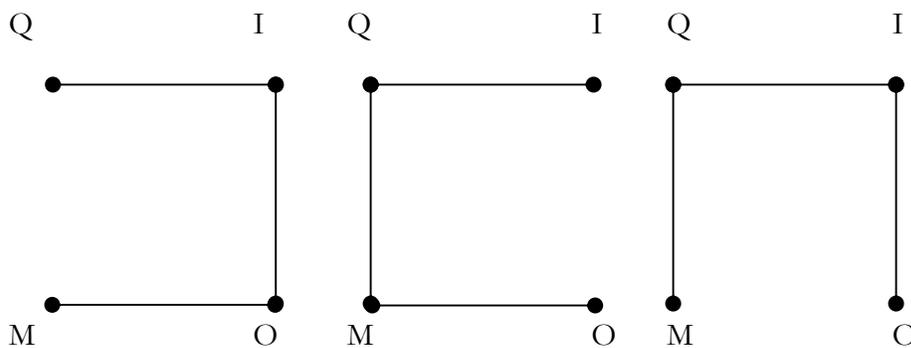
4 Möglichkeiten für $M - M - I$:

$(Q \rightarrow M \rightarrow I), (Q \rightarrow M \leftarrow I), (Q \leftarrow M \rightarrow I), (Q \leftarrow M \leftarrow I)$

4 Möglichkeiten für $M - Q - O$:

$(M \rightarrow Q \rightarrow O), (M \rightarrow Q \leftarrow O), (M \leftarrow Q \rightarrow O), (M \leftarrow Q \leftarrow O)$

3.3. Dreikantige Semiosen



24 Ecken- und 6 Kantenpermutationen für sämtliche Tetragone der Form $A - B - C - D$ ($A, B, C, D \in Q, M, O, I$ und paarweise verschieden):

$(Q \rightarrow M \rightarrow O \rightarrow I), (Q \rightarrow M \rightarrow O \leftarrow I), (Q \rightarrow M \leftarrow O \leftarrow I),$

$(Q \leftarrow M \leftarrow O \leftarrow I), (Q \leftarrow M \leftarrow O \rightarrow I), (Q \leftarrow M \rightarrow O \rightarrow I).$

$(M \rightarrow Q \rightarrow O \rightarrow I), (M \rightarrow Q \rightarrow O \leftarrow I), (M \rightarrow Q \leftarrow O \leftarrow I),$
 $(M \leftarrow Q \leftarrow O \leftarrow I), (M \leftarrow Q \leftarrow O \rightarrow I), (M \leftarrow Q \rightarrow O \rightarrow I).$

$(O \rightarrow Q \rightarrow M \rightarrow I), (O \rightarrow Q \rightarrow M \leftarrow I), (O \rightarrow Q \leftarrow M \leftarrow I),$
 $(O \leftarrow Q \leftarrow M \leftarrow I), (O \leftarrow Q \leftarrow M \rightarrow I), (O \leftarrow Q \rightarrow M \rightarrow I).$

$(I \rightarrow Q \rightarrow M \rightarrow O), (I \rightarrow Q \rightarrow M \leftarrow O), (I \rightarrow Q \leftarrow M \leftarrow O),$
 $(I \leftarrow Q \leftarrow M \leftarrow O), (I \leftarrow Q \leftarrow M \rightarrow O), (I \leftarrow Q \rightarrow M \rightarrow O).$

$(Q \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow M), (Q \rightarrow O \rightarrow I \leftarrow M), (Q \rightarrow O \leftarrow I \leftarrow M),$
 $(Q \leftarrow O \leftarrow I \leftarrow M), (Q \leftarrow O \leftarrow I \rightarrow M), (Q \leftarrow O \rightarrow I \rightarrow M).$

$(M \rightarrow O \rightarrow I \rightarrow Q), (M \rightarrow O \rightarrow I \leftarrow Q), (M \rightarrow O \leftarrow I \leftarrow Q),$
 $(M \leftarrow O \leftarrow I \leftarrow Q), (M \leftarrow O \leftarrow I \rightarrow Q), (M \leftarrow O \rightarrow I \rightarrow Q).$

$(O \rightarrow M \rightarrow I \rightarrow Q), (O \rightarrow M \rightarrow I \leftarrow Q), (O \rightarrow M \leftarrow I \leftarrow Q),$
 $(O \leftarrow M \leftarrow I \leftarrow Q), (O \leftarrow M \leftarrow I \rightarrow Q), (O \leftarrow M \rightarrow I \rightarrow Q).$

$(I \rightarrow M \rightarrow O \rightarrow Q), (I \rightarrow M \rightarrow O \leftarrow Q), (I \rightarrow M \leftarrow O \leftarrow Q),$
 $(I \leftarrow M \leftarrow O \leftarrow Q), (I \leftarrow M \leftarrow O \rightarrow Q), (I \leftarrow M \rightarrow O \rightarrow Q).$

$(Q \rightarrow I \rightarrow M \rightarrow O), (Q \rightarrow I \rightarrow M \leftarrow O), (Q \rightarrow I \leftarrow M \leftarrow O),$
 $(Q \leftarrow I \leftarrow M \leftarrow O), (Q \leftarrow I \leftarrow M \rightarrow O), (Q \leftarrow I \rightarrow M \rightarrow O).$

$(M \rightarrow I \rightarrow Q \rightarrow O), (M \rightarrow I \rightarrow Q \leftarrow O), (M \rightarrow I \leftarrow Q \leftarrow O),$
 $(M \leftarrow I \leftarrow Q \leftarrow O), (M \leftarrow I \leftarrow Q \rightarrow O), (M \leftarrow I \rightarrow Q \rightarrow O).$

$(O \rightarrow I \rightarrow Q \rightarrow M), (O \rightarrow I \rightarrow Q \leftarrow M), (O \rightarrow I \leftarrow Q \leftarrow M),$
 $(O \leftarrow I \leftarrow Q \leftarrow M), (O \leftarrow I \leftarrow Q \rightarrow M), (O \leftarrow I \rightarrow Q \rightarrow M).$

$(I \rightarrow O \rightarrow Q \rightarrow M), (I \rightarrow O \rightarrow Q \leftarrow M), (I \rightarrow O \leftarrow Q \leftarrow M),$
 $(I \leftarrow O \leftarrow Q \leftarrow M), (I \leftarrow O \leftarrow Q \rightarrow M), (I \leftarrow O \rightarrow Q \rightarrow M).$

$(Q \rightarrow M \rightarrow I \rightarrow O), (Q \rightarrow M \rightarrow I \leftarrow O), (Q \rightarrow M \leftarrow I \leftarrow O),$
 $(Q \leftarrow M \leftarrow I \leftarrow O), (Q \leftarrow M \leftarrow I \rightarrow O), (Q \leftarrow M \rightarrow I \rightarrow O).$

$(M \rightarrow Q \rightarrow I \rightarrow O), (M \rightarrow Q \rightarrow I \leftarrow O), (M \rightarrow Q \leftarrow I \leftarrow O),$
 $(M \leftarrow Q \leftarrow I \leftarrow O), (M \leftarrow Q \leftarrow I \rightarrow O), (M \leftarrow Q \rightarrow I \rightarrow O).$

$(O \rightarrow Q \rightarrow I \rightarrow M), (O \rightarrow Q \rightarrow I \leftarrow M), (O \rightarrow Q \leftarrow I \leftarrow M),$
 $(O \leftarrow Q \leftarrow I \leftarrow M), (O \leftarrow Q \leftarrow I \rightarrow M), (O \leftarrow Q \rightarrow I \rightarrow M).$

$(I \rightarrow Q \rightarrow O \rightarrow M), (I \rightarrow Q \rightarrow O \leftarrow M), (I \rightarrow Q \leftarrow O \leftarrow M),$
 $(I \leftarrow Q \leftarrow O \leftarrow M), (I \leftarrow Q \leftarrow O \rightarrow M), (I \leftarrow Q \rightarrow O \rightarrow M).$

$(Q \rightarrow O \rightarrow M \rightarrow I), (Q \rightarrow O \rightarrow M \leftarrow I), (Q \rightarrow O \leftarrow M \leftarrow I),$
 $(Q \leftarrow O \leftarrow M \leftarrow I), (Q \leftarrow O \leftarrow M \rightarrow I), (Q \leftarrow O \rightarrow M \rightarrow I).$

$(M \rightarrow O \rightarrow Q \rightarrow I), (M \rightarrow O \rightarrow Q \leftarrow I), (M \rightarrow O \leftarrow Q \leftarrow I),$
 $(M \leftarrow O \leftarrow Q \leftarrow I), (M \leftarrow O \leftarrow Q \rightarrow I), (M \leftarrow O \rightarrow Q \rightarrow I).$

$(O \rightarrow M \rightarrow Q \rightarrow I), (O \rightarrow M \rightarrow Q \leftarrow I), (O \rightarrow M \leftarrow Q \leftarrow I),$
 $(O \leftarrow M \leftarrow Q \leftarrow I), (O \leftarrow M \leftarrow Q \rightarrow I), (O \leftarrow M \rightarrow Q \rightarrow I).$

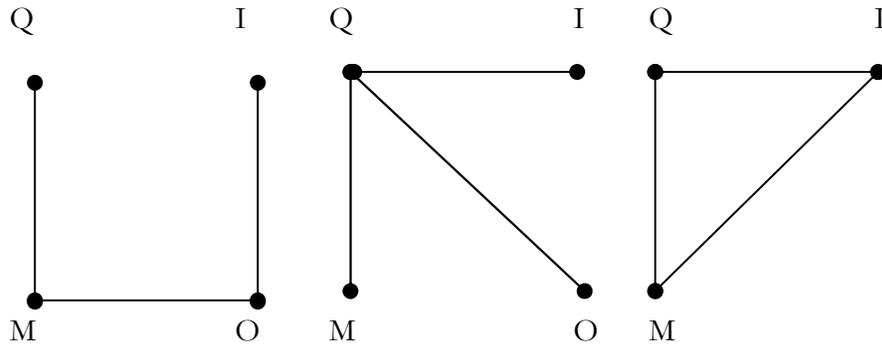
$(I \rightarrow M \rightarrow Q \rightarrow O)$, $(I \rightarrow M \rightarrow Q \leftarrow O)$, $(I \rightarrow M \leftarrow Q \leftarrow O)$,
 $(I \leftarrow M \leftarrow Q \leftarrow O)$, $(I \leftarrow M \leftarrow Q \rightarrow O)$, $(I \leftarrow M \rightarrow Q \rightarrow O)$.

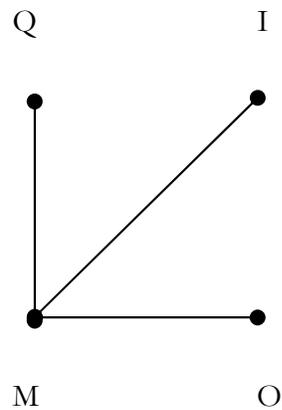
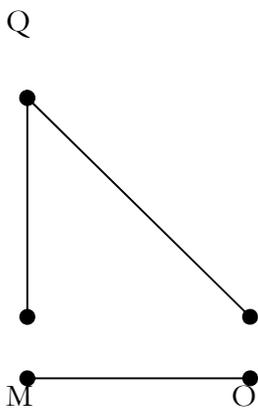
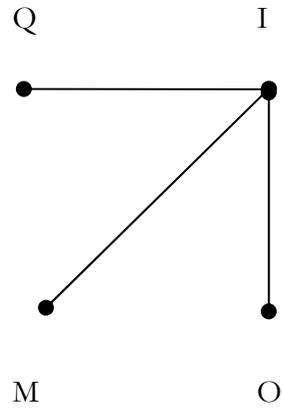
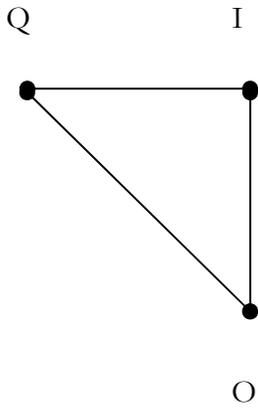
$(Q \rightarrow I \rightarrow O \rightarrow M)$, $(Q \rightarrow I \rightarrow O \leftarrow M)$, $(Q \rightarrow I \leftarrow O \leftarrow M)$,
 $(Q \leftarrow I \leftarrow O \leftarrow M)$, $(Q \leftarrow I \leftarrow O \rightarrow M)$, $(Q \leftarrow I \rightarrow O \rightarrow M)$.

$(M \rightarrow I \rightarrow O \rightarrow Q)$, $(M \rightarrow I \rightarrow O \leftarrow Q)$, $(M \rightarrow I \leftarrow O \leftarrow Q)$,
 $(M \leftarrow I \leftarrow O \leftarrow Q)$, $(M \leftarrow I \leftarrow O \rightarrow Q)$, $(M \leftarrow I \rightarrow O \rightarrow Q)$.

$(O \rightarrow I \rightarrow M \rightarrow Q)$, $(O \rightarrow I \rightarrow M \leftarrow Q)$, $(O \rightarrow I \leftarrow M \leftarrow Q)$,
 $(O \leftarrow I \leftarrow M \leftarrow Q)$, $(O \leftarrow I \leftarrow M \rightarrow Q)$, $(O \leftarrow I \rightarrow M \rightarrow Q)$.

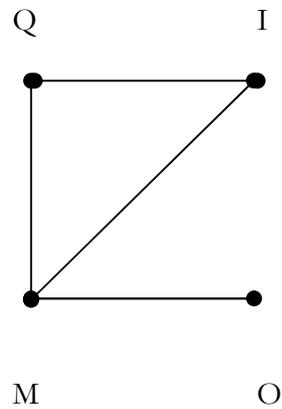
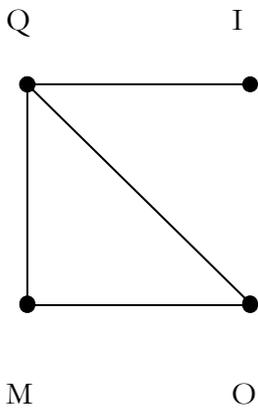
$(I \rightarrow O \rightarrow M \rightarrow Q)$, $(I \rightarrow O \rightarrow M \leftarrow Q)$, $(I \rightarrow O \leftarrow M \leftarrow Q)$,
 $(I \leftarrow O \leftarrow M \leftarrow Q)$, $(I \leftarrow O \leftarrow M \rightarrow Q)$, $(I \leftarrow O \rightarrow M \rightarrow Q)$.

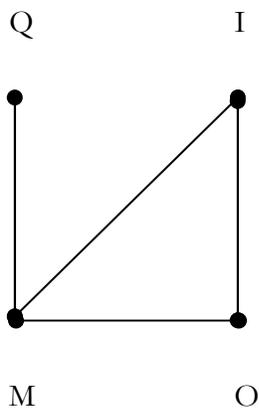
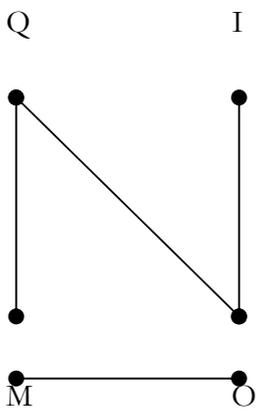
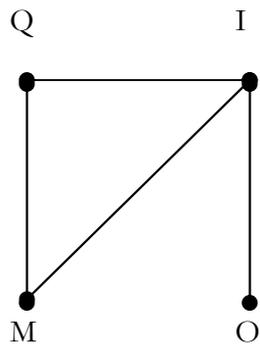
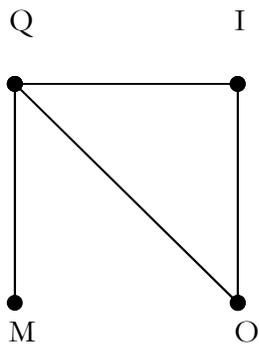
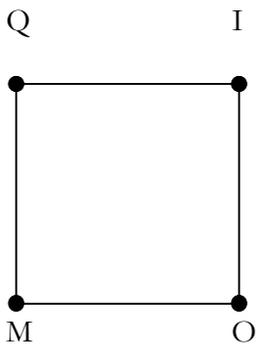
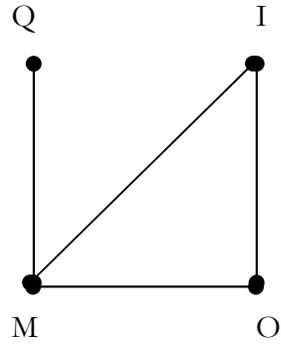
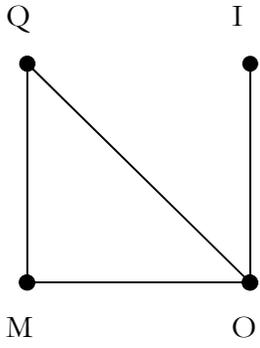




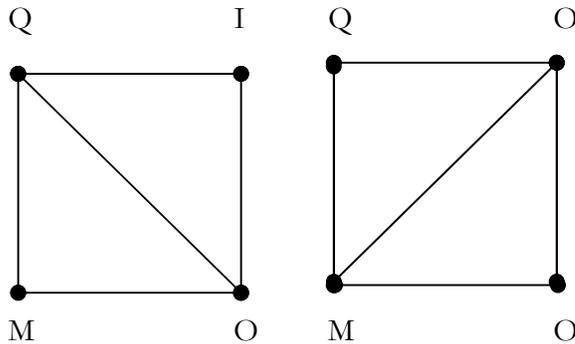
3.4. Vierkantige Semiosen

Da hier sowohl 4 Ecken als auch 4 Kanten vorhanden sind, gibt es also 24 Ecken-Permutationen mit je 24 Kanten-Permutationen.



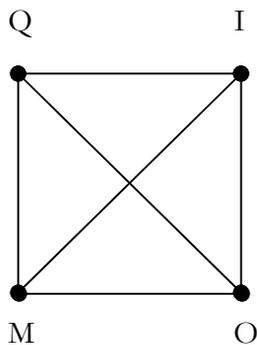


3.5. Fünfkantige Semiosen



Bei diesen beiden Fällen gibt es 4 Ecken und $5! = 120$ Kanten-Permutationen.

3.6. Fünfkantige Semiosen



Bei diesem letzten Fall gibt es 4 Ecken- und $6! = 720$ Kantenpermutationen.

Total also erhalten wir 7 semiotische Semiosen und 42 präsemiotische Semiosen, die wesentlich auf der Erkenntnis gegründet sind, dass sich bei Permutationen geordneter Relationen nicht nur die Objekte, sondern auch die Morphismen permutieren lassen, was in der bisherigen Semiotik übersehen wurde.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Klein, Josef, Vom Adel des Gesetzes – zu einer Semiotik der Norm. In: Semiosis 33, 1984, S. 34-69

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Präsentation und Präsemiotik

1. “Im Sinne der semiotischen Basistheorie, wie sie Peirce geschaffen hat, stellt somit ein Zeichen Z eine dreistellige, geordnete Relation

$$Z = R(M, O_M, I_M)$$

dar. In dieser Relation hat das Zeichen also drei Bezüge: es wird als Mittel (M) ‘präsentiert’, im Objektbezug wird es zum ‘repräsentierten Objekt’ (O_M) und im Bedeutungszusammenhang zum ‘repräsentierenden Interpretanten’ (I_M) des ‘repräsentierten Objekts’” (Bense 1975, S. 35).

Da Bense klar unterstreicht: “Das ‘präsentierte Mittel’ ist als solches zeichenexterner Natur, aber als ‘repräsentiertes Objekt’ und als ‘repräsentierender Interpretant’ hat es eine zeicheninterne Funktion” (1975, S. 35), folgt, dass das Zeichen Z eine kombinierte Relation eines präsentierten und drei repräsentierter Glieder ist. Nun ist aber ein präsentiertes Glied bestenfalls eine Kategorie, aber niemals eine Relation. Daraus folgt also wiederum, dass die obige Zeichenrelation Z eine Relation über einer Kategorie und einer dyadischen Relation ist. Es handelt sich hier also im Grunde genommen um einen dyadischen Zeichenbegriff, für den ein materialer Zeichenträger insofern garantiert wird, als dieser als kategoriales Mittel in die Zeichenrelation eingebettet wird.

2. Der tiefste Grund für die heterogene Definition von Z aus einer Kategorie und aus Relationen dürfte in der Konfusion von Zeichen und Zeichenklasse liegen (vgl. Toth 2009): Ein konkretes Zeichen ist eine monadische Relation und gehört in Benses nie weiter untersuchte “ontologische Typentheorie semiotischer Funktionen”, bei der er sich an Arbeiten Gotthard Günthers anlehnt (Bense 1976, S. 26 ff.):

Gegenstand: ist eine nullstellige Seinsfunktion (Seinsfunktör)

Zeichen: ist eine einstellige Seinsfunktion (Seinsfunktör), in die ein Gegenstand eingesetzt werden kann bzw. der sich auf ein Seiendes bezieht

Bewusstsein: ist eine zweistellige Seinsfunktion (Seinsfunktör), in die zwei Etwase, Subjekt und Objekt, eingesetzt werden müssen bzw. die sich auf zwei Gegebenheiten bezieht, um erfüllt, “abgesättigt” zu werden.

Kommunikation: ist eine dreistellige Seinsfunktion (Seinsfunktör), in die drei Etwase, ein Zeichen, ein Expedient und ein Perzipient eingesetzt werden müssen, damit die Funktion funktioniert.

Natürlich kann man auch ein konkretes Zeichen – z.B. den berühmten Knoten im Taschentuch – als dreistellige Seinsfunktion auffassen: Erstens wird das materiale Taschentuch als Träger benötigt, zweitens soll die “Verfremdung” des Taschentuches, d.h. der Knopf, an Etwas (Anderes) erinnern, und drittens braucht es natürlich den Zeichengeber oder “Seinder”, um das verknotete Taschentuch zum Zeichen zu machen. Allerdings ist es bei konkreten Zeichen unnötig, den materialen Zeichenträger sowie den Interpreten in die Zeichenrelation hineinzunehmen. Hier deckt sich die

Zeichendefinition mit der volkstümlichen Vorstellung, dass ein Zeichen ein Etwas sei, das für ein Anderes stehe.

Würde man eine Semiotik auf der Basis der Benseschen ontologisch-funktionalen Typentheorie aufbauen, müsste man also entweder die Triadizität des Zeichens aufgeben oder als Basiseinheit eine (triadische) kommunikative Einheit – z.B. das “Kommunikem” (obwohl es wie die dyadischen emisch/etischen Einheiten benannt ist) bilden. Man hätte dann sozusagen ein kommunikatives Äquivalent zur der von Eco auf dem Begriff des “Kulturems” aufgebauten strukturalistischen Semiotik. Da Berger und Bense, wie in Walther (1979, S. 133 ff.) referiert – gezeigt haben, dass Kommunikation und Erkenntnis graphentheoretisch dual zueinander sind, folgt, dass eine auf dem Begriff des “Kommunikems” aufgebaute Semiotik sowohl eine Kommunikationstheorie als auch eine Erkenntnistheorie umfassen würde.

Jedenfalls aber erweist sich die obigen Definition der Zeichenrelation Z als einer Relationen über einer Kategorie und zwei Relationen als eine Vermengung des umgangssprachlichen Zeichenbegriffs als eines Substitutes einerseits und der Peirceschen triadischen Relation andererseits.

3. Bleiben wir aber noch einen Moment beim dyadischen Zeichenmodell

(O_M, I_M) ,

das in

$Z = Z = R(M, O_M, I_M)$

eingebettet ist. Wie gesagt, das Bensesche “externe Mittel” ist, um die von Bense (1975, S. 65 f.) eingeführte Terminologie zu brachen, Teil des “ontologischen” und nicht den “semiotischen Raum”, welchem (O_M, I_M) angehört. Das bedeutet also, dass Z eine kontexturale Grenze enthält, die wir wie folgt mit dem Zeichen \parallel bezeichnen:

$Z = Z = R(M \parallel O_M, I_M)$,

und die Einbettung des externen, materialen, ontologischen Mittels in die interne, abstrakte, semiotische dyadische Relation zeigt, dass diese kontexturale Grenze hier überschritten wir, denn genauso wie normalerweise gilt

Objekt \parallel Zeichen,

so gilt normalerweise

externes Mittel $\parallel (O_M, I_M)$.

Nun hat Bense (1975, S. 45 f., 65 f.) diese zeichen-externen, 0-relationalen Mittel als “disponible” bezeichnet und mit M° notiert. Ferner ist er noch einen entscheidenden Schritt weiter gegangen und hat nicht nur die Mittel der Zeichen, sondern auch ihre bezeichneten, externen Objekte ebenfalls als disponible eingeführt und mit O° bezeichnet. Und schliesslich hat er insofern einen Zusammenhang

zwischen externen bzw. disponiblen Objekten und Mitteln hergestellt, als er erstere auf letztere abbildete. Das folgende Beispiel ist tel-quel aus Bense (1975, S. 45) entnommen:

$O^\circ \rightarrow M^\circ$: drei disponible Mittel

$O^\circ \rightarrow M_1^\circ$: qualitatives Substrat: Hitze

$O^\circ \rightarrow M_2^\circ$: singuläres Substrat: Rauchfahne

$O^\circ \rightarrow M_3^\circ$: nominelles Substrat: Name

In einem zweiten und letzten Schritt werden dann die drei disponiblen Mittel auf die drei relationalen (d.h. 1-relationalen) Mittel abgebildet:

$M_1^\circ \rightarrow (1.1)$: Hitze

$M_2^\circ \rightarrow (1.2)$: Rauchfahne

$M_2^\circ \rightarrow (1.3)$: "Feuer"

Erst jetzt sind wir also bei der Semiose, d.h. bei der Zeichenrelation angelangt, und das vollständige Zeichen, in das die Mittelbezüge eingehen, ist die bekannte Peirce triadische Relation

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$.

Die (1.c), $c \in \{.1, .2, .3\}$ sind also Mittel-Bezüge und keine externen Mittel, sondern interne Relationen, und als solche gehören sie in den semiotischen Raum, so dass das Zeichen ZR als keine Kontexturgrenze mehr enthält, was man auch wie folgt darstellen kann:

Objekt \parallel (3.a 2.b 1.c),

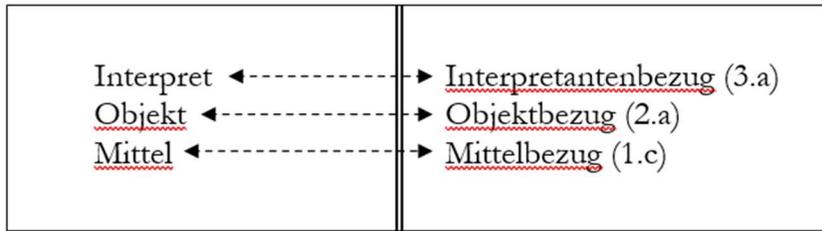
und da nicht nur die disponiblen Objekte O° , sondern auch die disponiblen Mittel dem ontologischen Raum angehören, kann man sogar schreiben

Objekt, Mittel \parallel (3.a 2.b 1.c).

Da sich ferner der Interpret zum Interpretantenbezug verhält wie das Mittel zum Mittelbezug und das Objekt zum Objektbezug, bekommen wir schliesslich

Interpret, Objekt, Mittel \parallel (3.a 2.b 1.c)

oder in einer den Begriffen ontologischer und semiotischer Raum mehr entsprechenden bildlichen Darstellung:



4. Nun können wir zur ursprünglichen Zeichendefinition, von der wir ausgegangen waren, zurückkehren:

$$Z = R(M, O_M, I_M) = Z = Z = R(M \parallel O_M, I_M)$$

Nach Bense (1975, S. 45 f., 65 f.) müssen wir sie ergänzen zu

$$Z = R(M, O \parallel O_M, I_M),$$

und wenn wir auch den Interpreten der Vollständigkeit halber berücksichtigen

$$Z = R(M, O, I \parallel O_M, I_M)$$

Wir können nun die dydische Subzeichenrelation (O_M, I_M) zu einer vollständigen triadischen Zeichenrelation ergänzen, indem wir den Mittelbezug im Sinne einer einstelligen Relation als (M_M) in Z eintragen:

$$Z = R(M, O, I \parallel M_M, O_M, I_M)$$

Damit haben wir eine vollständige Zeichenrelation über drei “disponiblen” 0-relationalen Kategorien M, O, I sowie den drei 1-, 2- und 3-stelligen Relationen M_M, O_M, I_M gewonnen. Z setzt sich somit zusammen aus einer **präsentativen**

$$Z_{\text{prä}} = R(M, O, I)$$

und einer repräsentativen Relationen

$$Z_{\text{repr}} = R(M_M, O_M, I_M).$$

Da es sich bei den zeichenexternen “Substraten”, wie sich Bense (1975, S. 45) schön ausdrückt, um im Sinne ihrer Disponibilität bereits semiotisch “imprägnierte” Kategorien handelt, kann die Relation $Z_{\text{prä}}$ als präsemiotische Relation bezeichnet werden, was sich schön mit der von Stiebing (1981, 1984) im Anschluss an Bense (1975) eingeführten semiotischen Nullheit deckt, welche als Bereich der kategorial-nullstelligen Objekte definiert ist. Die Ebene der Nullheit oder der präsemiotische Raum nimmt daher eine Mittelstellung ein zwischen dem ontologischen und dem semiotischen Raum:

<u>Ontologischer Raum</u> (<u>Objekte</u> O_i)	<u>Präsemiotischer Raum</u> (Disponible <u>Mittel</u> M_i^o , disponible <u>Objekte</u> O_i^o , disponible <u>Interpreten</u> I_i^o)	<u>Semiotischer Raum</u> (<u>Primzeichen</u> PZ^1 , <u>Subzeichen</u> SZ^2 , <u>Zeichen</u> ZR^3)
<u>Existenz</u>	<u>Präsentanz</u>	<u>Repräsentanz</u>

Im ontologischen Raum gibt es nur Objekte, von deren Essenz zu sprechen sinnlos ist, bevor sie interpretiert und daher in eine Semiose eingeführt sind; sie haben also pure Existenz. Im präsemiotischen Raum herrscht, wie in diesem Aufsatz gezeigt wurde, Präsentanz der zur Disponibilität "imprägnierten" zeichen-externen Mittel, Objekte und Interpretanten. Erst im semiotischen Raum kann von Repräsentanz, d.h. vom perfekten Ersatz der vorthetischen Objekte durch Zeichen gesprochen werden, was die Etablierung einer Kontexturgrenze zwischen Zeichen und ihren somit transzendenten Objekten voraussetzt. Der Übergang von der Präsentanz zur Repräsentanz bedeutet somit, relationentheoretisch gesprochen, die Transformation der 0-relationalen Mittel, Objekte und Interpreten zu 1-relationalen Mittelbezügen, 2-relationalen Objektbezügen und 3-relationalen Interpretantenbezügen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Zeichen und Zeichenklasse. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Intermediäre semiotische Qualitäten

1. “Das vollständige Zeichen ist eine triadische Relation von wiederum drei relationalen Gliedern, deren erstes, das Mittel (M), monadisch (einstellig), deren zweites, der Objektbezug (O), dyadisch (zweistellig) und deren drittes, der Interpretant (I), triadisch (dreistellig) gebaut ist. So ist also das vollständige Zeichen als eine triadisch gestufte Relation von Relationen zu verstehen” (Bense 1979, S. 67).

Vom quantitativen Standpunkt aus gilt also für die Zeichenrelation

$$ZR = {}^1R \subset {}^2R \subset {}^3R,$$

d.h. das Zeichen folgt der Nachfolgestruktur der ersten drei Ordinalzahlen

$$ZR = (.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.).$$

Andererseits hatte Bense (1979, S. 60) aber darauf hingewiesen, dass zwischen den drei Fundamentalkategorien Erstheit, Zweitheit und Drittheit auch eine Selektionsbeziehung besteht, insofern die Zweitheit aus der Erstheit und die Drittheit aus der Erstheit und der Zweitheit selektiert sind:

$$Kat > Mod > Rpr,$$

d.h. vom quantitativen Standpunkt aus besteht zwischen den drei Relationen die Grösser-als-Ordnung (<), aber vom qualitativen Standpunkt besteht die Kleiner-als-Ordnung (>), da die Selektion vom Allgemeinen zum Spezifischen führt. In Toth (2009) wurde daher die vollständige quantitativ-qualitative Zeichenrelation wie folgt dargestellt:

$$ZR = (.1.) \lesseqgtr (.2.) \lesseqgtr (.3.).$$

2. Nach Bense (1979, S. 67) wird die Stufung der Partialrelationen der Zeichenrelation wie folgt auf die Ebene der Subzeichen und der aus ihnen zusammengesetzten Zeichenklassen vererbt:

$$ZR (M, O, I) =$$

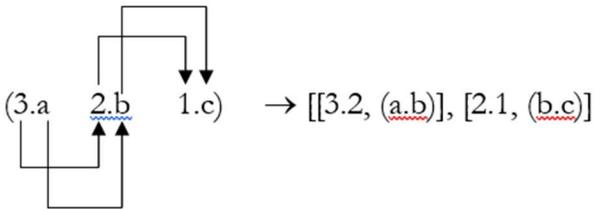
$$ZR (M, M \Rightarrow O, M \Rightarrow O \Rightarrow I) =$$

$$ZR (\text{mon. Rel.}, \text{dyad. Rel.}, \text{triad. Rel.}) =$$

$$ZR (.1., .2., .3.) =$$

$$\begin{array}{lll} ZR (1.1 \ 1.2 \ 1.3) & (1.1 \ 1.2 \ 1.3) & (1.1 \ 1.2 \ 1.3) \\ & (2.1 \ 2.2 \ 2.3) & (2.1 \ 2.2 \ 2.3) \\ & & (3.1 \ 3.2 \ 3.3) \end{array}$$

Ich hatte daher bereits in Toth (2008, S. 159 ff.) vorgeschlagen, bei der Notation von Zeichenklassen und Realitätsthematiken mittels semiotischer Morphismen nicht die Subzeichen durch Morphismen zu ersetzen, sondern der Verschachteltheit der Partialrelationen wie folgt Rechnung zu tragen:



Genauso wie bei ZR, so sind natürlich auch bei den semiotischen Kategorien sowohl Quantitäten wie Qualitäten involviert. Um dies zu zeigen, ordnen wir zuerst den 10 Peirceschen Zeichenklassen ihre durch Verschachtelung gewonnenen natürlichen Transformationen zu:

$$\begin{array}{l}
 (3.1 \ 2.1 \ 1.1) \rightarrow [[\boxed{3.2, 1.1}, [\boxed{2.1, 1.1}] \\
 (3.1 \ 2.1 \ 1.2) \rightarrow [[\boxed{3.2, 1.1}, [\boxed{2.1, 1.2}] \\
 (3.1 \ 2.1 \ 1.3) \rightarrow [[\boxed{3.2, 1.1}, [\boxed{2.1, 1.3}] \\
 (3.1 \ 2.2 \ 1.2) \rightarrow [[\boxed{3.2, 1.2}, [\boxed{2.1, 2.2}] \\
 (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow [[\boxed{3.2, 1.2}, [\boxed{2.1, 2.3}] \\
 (3.1 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow [[\boxed{3.2, 1.3}, [\boxed{2.1, 3.3}] \\
 (3.2 \ 2.2 \ 1.2) \rightarrow [[\boxed{3.2, 2.2}, [\boxed{2.1, 2.2}] \\
 (3.2 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow [[\boxed{3.2, 2.2}, [\boxed{2.1, 2.3}] \\
 (3.2 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow [[\boxed{3.2, 2.3}, [\boxed{2.1, 3.3}] \\
 (3.3 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow [[\boxed{3.2, 3.3}, [\boxed{2.1, 3.3}]
 \end{array}$$

Wie man erkennt, entsteht damit also folgende Struktur der verschachtelten natürlichen Transformationen:

$$\text{Zkl}(\text{kat}) = [[3.2, a.b], [2.1, c.d]],$$

wobei also (a.b) und (c.d) von (3.2) und (2.1) unabhängig sind. Da jedoch jede Zeichenklasse auf der trichotomischen Ordnung

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a \leq b \leq c$$

basiert, können (a.b) und (c.d) nur begrenzte Werte annehmen. Dies gilt nun natürlich nicht nur für die quantitativen, sondern auch für die qualitativen Subzeichen:

- (○ □ △) → [[●, △], [□, △]]
- (○ □ ▲) → [[●, △], [□, ▲]]
- (○ □ ▲) → [[●, △], [□, ▲]]
- (○ ■ ▲) → [[●, ▲], [□, ■]]
- (○ ■ ▲) → [[●, ▲], [□, ■]]
- (○ ■ ▲) → [[●, ▲], [□, ●]]
- (● ■ ▲) → [[●, ■], [□, ■]]
- (● ■ ▲) → [[●, ■], [□, ■]]
- (● ■ ▲) → [[●, ■], [□, ●]]
- (● ■ ▲) → [[●, ●], [□, ●]]

Wenn wir also die Konstanten weglassen, bekommen wir folgende kategorial-qualitative Korrespondenzen:

- [id1, id1] → [△, △]
- [id1, α] → [△, ▲]
- [id], βα] → [△, ▲]
- [α, id2] → [▲, ■]
- [α, βα] → [▲, ■]
- [βα, id3] → [▲, ●]
- [id2, id2] → [■, ■]
- [id2, βα] → [■, ■]
- [βα, id3] → [■, ●]
- [id3, id3] → [●, ●]

Da diese also aus den verschachtelten quantitativ-qualitativen Zeichenrelationen gewonnen sind, wollen wir sie "intermediäre Qualitäten" nennen. Intermediäre Qualitäten folgen den Regeln für quantitative "dynamische" Morphismen, wie sie in Toth (2008, S. 151 ff., 155 ff., 295 ff.) dargelegt wurden.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Transzendente Semiotiken

1. Von ihrer ganzen Konzeption her ist die Peircesche Semiotik nicht-transzendental: Eine „absolut vollständige Diversität von ‘Welten’ und ‘Weltstücken’, von ‘Sein’ und ‘Seiendem’ ist einem Bewusstsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar“ (Bense 1979, S. 59), aber Peirce hält „den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet“ (Walther 1989, S. 76). Bense fasste wie folgt zusammen: „Wir setzen damit einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) ‘Welt’ und (erkennendem) ‘Bewusstsein’ zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die ‘Erkenntnisrelation’, herzustellen“ (Bense 1976, S. 91).

In ihrem Geiste erweist sich damit die Peirce-Semiotik durch und durch als ein amerikanisches Produkt, „denn transzendente Probleme des Himmels und des ewigen Lebens sind ‚un-American‘“ (Günther 2000, S. 240, Fn. 22), oder, sehr schön ausgedrückt: „Erlkönigs Töchter tanzen nicht am Rande der Highways, und Libussa und ihre Gefährtinnen wiegen sich nicht in den Baumwipfeln der riesigen Wälder der Neuen Welt“ (2000, S. 217), denn es ist die Intuition des Pragmatismus, „zu ignorieren, dass der Mensch in früheren Kulturen schon gedacht hat“ (2000, S. 241). Dies liegt daran, „dass nichts in Amerika, was aus der spirituellen Tradition der Alten Welt stammt, mit grösserer Verständnislosigkeit registriert wird, als die metaphysische Entwertung des Diesseits“ (2000, S. 149).

2. Bense fasst denn das Zeichen auch explizit als Funktion auf, um die „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein“ zu überbrücken (1975, S. 16). Von diesem pragmatistischen Standpunkt auch kommt also streng genommen die Frage nach den von Zeichen bezeichneten oder sie substituierenden Objekten gar nicht auf, denn „Seinsthematik [kann] letztlich nicht anders als durch Zeichenthematik motiviert und legitimiert werden“ (Bense 1981, S. 16), so dass „Objektbegriffe nur hinsichtlich einer Zeichenklasse relevant sind und nur relativ zu dieser Zeichenklasse eine semiotische Realitätsthematik besitzen, die als ihr Realitätszusammenhang diskutierbar und beurteilbar ist“ (Bense 1976, S. 109). Bense (1981, S. 11) brachte dies auf die Formel: „Gegeben ist, was repräsentierbar ist“. Von diesem nicht-transzendentalen Standpunkt aus sind also Zeichen schlicht und einfach deswegen notwendig, weil wir ohne sie die Welt der Objekte gar nicht wahrnehmen könnten. Andererseits kommt, wie gesagt, bei dieser Konzeption niemand auf die Idee, nach den bezeichneten Objekten zu fragen, denn durch die Definition des Zeichens ist zum vornherein klar, dass wir diese nie erreichen können: sie erreichen uns nur durch die Filter unserer Perzeption und Apperzeption, d.h. immer interpretiert und damit als Zeichen. Die Sehnsucht des Soldaten, der allein in der Kaserne sitzt und das Photo seiner Geliebten küsst, im Stillen hoffend, es möge sich doch in die reale Person verwandeln, ist also in einer Peirce-Benseschen Semiotik gänzlich ausgeschlossen. Trotzdem findet sich das Motiv, die Brücke zwischen dem Diesseits der Zeichen und dem Jenseits ihrer Objekte zu überschreiten, in der Weltliteratur zu allen Zeiten bis in die Gegenwart.

3. In Toth (2009a) wurde eine nicht-transzendente Semiotik auf der Basis einer qualitativen Zahlenrelation vorgeschlagen. Die grundlegende Überlegung ist dabei, dass die Primzeichenrelation

$$PZR = (.1., .2., .3.)$$

sowohl die quantitative Nachfolgerrelation der Ordnungsrelation

$$(.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.)$$

als auch die qualitative Vorgängerrelation der Selektionsrelation

$$(.1.) > (.2.) > (.3.)$$

in sich vereinigt, d.h. zugleich quantitativ und qualitativ ist:

$$PZR = (.1.) \lesseqgtr (.2.) \lesseqgtr (.3.).$$

Damit kann die quantitative semiotische Matrix durch eine qualitative ersetzt werden:

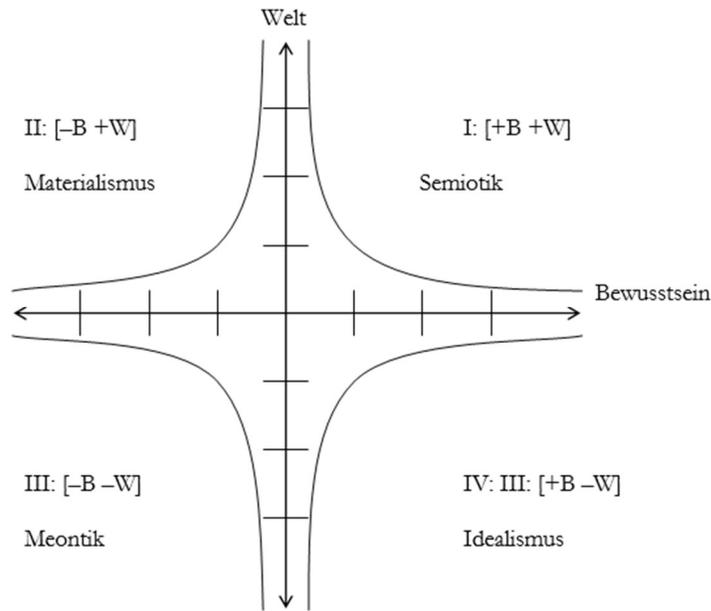
$$\begin{pmatrix} (1.1) & (1.2) & (1.3) \\ (2.1) & (2.2) & (2.3) \\ (3.1) & (3.2) & (3.3) \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} \triangle & \blacktriangle & \blacktriangleup \\ \square & \blacksquare & \blacksquare \\ \circ & \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

Hier werden also die Grenzen zwischen Quantität und Qualität, aber keine eigentlichen semiotischen Kontexturen unterschieden.

4. Der erste Versuch einer “polykontexturalen” Semiotik geht auf Toth (2000) zurück und wurde in Toth (2008b) vollständig präsentiert. Sie geht davon aus, dass die Primzeichenrelation parametrisierbar ist:

$$PZR = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c)$$

Der grundlegende Gedanke dahinter ist Benses Definition des Zeichens als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein, d.h. zwischen Objekt und Subjekt. Wenn man nun die Objektspalten der Zeichenrelation negativ parametrisiert, erhält man idealistische, wenn man die Subjektspalten negativ parametrisiert, materialistische und wenn man sowohl die Subjekts- als auch die Objektspalten negativ parametrisiert, meontische Zeichenklassen. Das Peircesche Zeichen wird damit zum Spezialfall des durchwegs positiv parametrisierten Zeichens, d.h. eines Zeichens, bei dem sowohl die Subjekts- als auch die Objektspalten positiv parametrisiert sind. Trägt man nun diese 4 Zeichenfunktionen in ein kartesisches Koordinatensystem ein, so erhält man eine Hyperbel mit 4 Ästen, die entweder zur Welt-Achse, zur Bewusstseins-Achse, zu beiden oder zu keinen von beiden asymptotisch ist:



Es ist nun einfach, Zeichenklassen (bzw. Realitätsthematiken) zu konstruieren, die in Bezug auf die Parametrisierung der Sub- bzw. Primzeichen inhomogen sind, z.B.

(+3.-a +2.+b -1.-c).

Hat nur ein einziges Primzeichen ein anderes Vorzeichen als die übrigen Primzeichen einer Zeichenrelation, so liegt die entsprechende Zeichenfunktion in mindestens 2 Quadranten. Diese Quadranten können als “semiotische Kontexturen” definiert werden, weil die parametrisch inhomogenen Zeichenfunktionen jeweils die “Niemandlandsbereiche” zwischen den asymptotischen Hyperbeln und Ordinate/Abszisse durchschneiden, d.h. durch mathematisch und semiotisch undefiniertes Gebiet führen. Solche Zeichenklassen weisen damit Mischformen semiotischer (im engeren Sinne), idealistischer, materialistischer oder meontischer Zeichenfunktionen auf.

5. Während dies bisherigen Versuche einer transzendentalen Semiotik entweder von den Qualitäten oder den Kontexturen ausgingen, geht der folgende Versuch, dem in Toth (2008c, d) drei Bände gewidmet wurden, von der Benseschen Unterscheidung zwischen ontologischem und semiotischem Raum aus (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.). Der Grundgedanke ist, dass bereits die Objekte, sobald sie wahrgenommen werden, in Bezug auf ihre Form, Gestalt oder Funktion wahrgenommen werden. Dies bedeutet, dass es eine Ebene der Präsemiotik gibt, die der eigentlichen Semiose, d.h. der Transformation eines Objektes in ein Zeichen vorangeht und deren Trichotomie von Götz (1982, S. 5, 28) mit “Sekanz – Semanz – Selektanz” bezeichnet wurde und die sich bei der Zeichengenesse auf die semiotischen Trichotomien, wie sie durch die Subzeichen und ihre Semiosen repräsentiert werden, vererbt. Bense setzt daher zwischen dem ontologischen Raum der Objekte und dem semiotischen Raum der Zeichen einen Zwischenraum an der “disponiblen” Objekte an und charakterisiert ihn kategoriell mit “Nullheit”. Diese Nullheit ergänzt nun die Peirce Triade von Erst-, Zweit- und

Drittheit zu einer Tetrade, in die das Objekt als kategorielles Objekt in die präsemiotische Zeichenrelation eingebettet ist:

$$\text{PrZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$$

Während also (3.a), (2.b) und (1.c) nicht-transzendente Kategorien sind, ist (0.d) das ursprünglich dem Zeichen transzendente Objekte, dessen Transzendenz in dieser Einbettung freilich aufgehoben ist:

$$\text{PrZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ \parallel 0.d) \rightarrow \text{PrZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ \# 0.d),$$

wobei das Zeichen \parallel für die Kontexturengrenze zwischen Zeichen und Objekt und das Zeichen $\#$ für deren Durchbrechung steht.

6. Während die bisherigen Versuche vom Standpunkt der Polykontextualitätstheorie nicht als polykontextural eingestuft werden, weil der logische Identitätssatz in allen diesen transzendentalen Semiotiken immer noch Gültigkeit hat, geht der Versuch einer "echten" Polykontexturalisierung der Semiotik auf einige jüngste Arbeiten von Rudolf Kaehr zurück (z.B. Kaehr 2008). Hier wird davon ausgegangen, dass die (monokontexturale) Peircesche Zeichenrelation

$$\text{ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

ein 1-kontexturaler Sonderfall der n-kontextural disseminierten Semiotiken ist. Die Kontexturen, in denen sich eine Zeichenklasse befinden kann, werden als Indizes den Subzeichen zugewiesen, d.h. nicht die ganze Zeichenklasse, sondern ihre Subzeichen werden kontexturell markiert. Damit kann eine Zeichenklasse natürlich in mehreren Kontexturen gleichzeitig erscheinen, was sogar der Normalfall ist. Grundsätzlich ist nach Günther (1979, S. 229 ff.) die Zuweisung von Kontexturen zu Subzeichen weitgehend frei. Es muss lediglich beachtet werden, dass genuine Subzeichen, d.h. identitive semiotische Morphismen immer in mindestens 2 Kontexturen stehen, weil die Kontexturen auf der Basis quadratischer Matrizen verteilt werden und sich deren Blöcke in den Hauptdiagonalen schneiden. Zum Beispiel könnte eine 4-kontexturale Zeichenklasse wie folgt aussehen:

$$\text{ZR} = (3.a_{i,j,k} \ 2.b_{l,m,n} \ 1.c_{o,p,q}),$$

wobei $i, \dots, q \in \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$. \emptyset besagt dabei lediglich, dass ein $j \in \{i, \dots, q\}$ auch unbesetzt sein kann, wie etwa im Falle der folgenden Zeichenklassen:

$$3\text{-ZR} = (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1)$$

$$4\text{-ZR} = (3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4})$$

Bei der 4-kontexturalen Zeichenklasse liegen also die nicht-genuine Subzeichen in 2 und das genuine Subzeichen in 3 Kontexturen, wobei die 4. Kontextur allen Subzeichen gemein ist. Bei der 3-kontexturalen Zeichenklasse gibt es dagegen keine Kontextur, in der alle Subzeichen liegen.

Bei dieser echt-polykontexturalen Semiotik ist nun das logische Identitätsgesetz wahrhaft aufgehoben, was am besten am Verhalten von Subzeichen, die mehr als einen kontexturalen Index tragen, bei Dualisierung sieht:

$$\times(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3).$$

Es gibt hier also wegen $(2.2_{1,2}) \neq (2.2_{2,1})$ keine Eigenrealität mehr. Dies bedeutet im Einklang mit Bense (1992), dass wesentlichste Teile der Semiotik zusammenbrechen. Ferner sind in Kaehr's Semiotik die Theoreme der Objekttranszendenz des Zeichens und der Zeichenkonstanz, die nach Kronthaler (1992) eine monokontexturale Semiotik limitieren, immer noch gültig, so dass also auch diese Semiotik trotz der entfallenden Identität der Zeichen zwischen Zeichen- und Realitätsthematik (bzw. der Irresistibilität der Zeichen durch die Dualisation) nicht wirklich polykontextural ist.

7. Als kleinen Einschub wollen wir hier kurz reflektieren, was Polykontexturalität im Zusammenhang mit Semiotik überhaupt bedeutet. Ein Zeichen, in dem die Zeichenkonstanz aufgehoben und durch Strukturkonstanz ersetzt ist, ist ein Morphogramm. In dieser Form können zwar problemlos Zeichenklassen und Realitätsthematiken notiert (vgl. Toth 2003), aber keine konkreten Zeichen verwendet werden. Ein verknotetes Taschentuch, das sich über Nacht verwandelt, kann keine Zeichenfunktion haben. Zeichen, die der Kommunikation mit der Gesellschaft, d.h. nicht nur zum privaten Gebrauch dienen, müssen wiedererkennbar sein, d.h. an materiale Konstanz gebunden sein. Ohne Materialkonstanz keine Zeichenkonstanz und ohne Zeichenkonstanz keine Zeichen. Was man also immer unter einer polykontexturalen Semiotik versteht: das Limitationstheorem der Zeichenkonstanz kann man nicht ausser Kraft setzen ohne die gesamte Pragmatik der Zeichenverwendung zu zerstören.

Dagegen ist, es wie an den obigen Modellen mit Ausnahme desjenigen von Kaehr gezeigt, möglich, nur das Limitationstheorem der Objekttranszendenz ausser Kraft zu setzen. Damit darf aber nicht gemeint sein, dass Zeichen und Objekt ununterscheidbar werden. Ununterscheidbar sind sie genau dann, wenn der logische Identitätssatz aufgehoben ist. Wie wir aber gesehen haben, ist dieser Satz nirgendwo ausser in der Kaehrschen Konzeption aufgehoben. Das Bestehenbleiben des Identitätssatzes garantiert damit die Unterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt und macht sozusagen nicht ihre metaphysische Identität, sondern nur ihre Positionen austauschbar, etwa so, wie es im "Bildnis des Dorian Gray" von Oscar Wilde geschildert ist. Dort verändert sich ja das Bild, d.h. das Zeichen, statt des Objektes, d.h. statt Dorian. Der Vorgang ist allerdings erstens reversibel, denn am Ende des Romans erscheint das Bild verändert und nicht Dorian, und zweitens können die Diener sehr wohl zwischen dem Bild und dem vor ihm liegenden Leiche Dorian's unterscheiden. Wie gezeigt wurde, kann man in der Semiotik die Grenzen zwischen Zeichen und Objekt aufheben, indem man

1. die quantitativen Subzeichen durch qualitative Subzeichen ersetzt
2. die Subzeichen parametrisiert und die Zeichenfunktion vom 1. Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems in allen 4 Quadranten einzeichnet, was sich in natürlicher Weise aus der Benseschen Konzeption der Zeichenfunktion als einer hyperbolischen Funktion ergibt, die sowohl zur Welt- als auch zur Bewusstseins-Achse asymptotisch ist.

3. das Objekt des ontologischen Raumes als kategoriales Objekt in die triadische Zeichenrelation des semiotischen Raumes einbettet und dadurch einen Zwischenbereich erhält, der die Nullheit im Sinne Benses als vierte Fundamentalkategorie innerhalb einer tetradischen präsemiotischen Zeichenrelation enthält

Bei der Kaehrschen Konzeption wird, wie bereits mehrfach gesagt, zwar die Identitätsrelation zwischen Zeichenklasse und Realitätsthematik aufgehoben, aber nicht die Transzendenz des Objektes eines Zeichens. Es ist ferner nicht klar, welchen Status die Realitätsthematiken in der Kaehrschen Semiotik haben. Auf jeden Fall können sie nicht mehr den Objektpol der Erkenntnisrelation thematisieren und so den Subjektpol der Zeichenthematik komplementieren, wie dies in der Peirceschen Semiotik der Fall ist (vgl. Gfesser 1990, S. 133). Statt sich zu fragen: “Are there signs anyway?”, wie es Kaehr in einer neuen Arbeit tut (Kaehr 2009), sollte man hier vielleicht besser fragen: “Are there objects anyway?”. Denn wo sind in der polykontexturalen Ontologie die Objekte? Subjekt und Objekt sind ja austauschbar, und wenn hier der Begriff Objekt, an dem Günther festhält, noch irgendwelchen Sinn macht, dann ganz sicher nicht im Sinne des Gegenstandes, dem be-geg-net werden kann. Da das Kenogramm per definitionem immateriell ist, kann es auf kenogrammatischer Ebene auf jeden Fall keine Objekte geben. Es fragt sich daher nur, ob es dann Subjekte gibt, nicht nur deshalb, weil die beiden Begriffe einander ja voraussetzen, sondern weil der Begriff des Subjektes aus Sinn und Bedeutung, genauer: der Fähigkeit zur Interpretation definiert ist. Und da es Interpretation nur durch Zeichen gibt, müssten also Kenogramme der Interpretation und damit der Repräsentation fähig sein – aber gerade das sind sie ja per definitionem nicht. Statt Objekten würde man also auf kenogrammatischer Ebene Zeichen erwarten, aber Zeichen setzen, wie weiter oben bemerkt, das Prinzip der Induktion der Ordinalzahlen und das Prinzip der reversen Induktion der selektiven Kategorien voraus und können daher keine Kenogramme sein. Während das Zeichen die Gruppenaxiome erfüllt (Toth 2008a, S. 37 ff.), erfüllen die Kenogramme nicht einmal die Anforderung an ein Gruppoid. Will man zusätzlich zu den formalen Theorie der Quantität eine formale Theorie der Qualitäten errichten, dann ist es also der falsche Weg, die Quantitäten noch von ihrem letzten Rest an Zeichenhaftigkeit (oder Subzeichenhaftigkeit) zu befreien, sondern man sollte ihnen die Fähigkeit zur Interpretation geben, denn Qualitäten können nur durch Zeichen unterschieden werden – die Frage, was 1 Apfel und 1 Birne gäbe, ist, wie satzsaam bekannt ist, in einer Theorie der Quantitäten eben nicht beantwortbar. Eine “Mathematik der Qualitäten” (Kronthaler 1986) muss daher eine qualitativ interpretierbare und das heisst eine semiotische Mathematik und keine Keno- oder Morphogrammatik sein, denn diese mag wohl die tiefsten formalen Strukturen sowohl von Quantitäten als auch von Qualitäten thematisieren, aber sie zu repräsentieren und mit ihnen tatsächlich zu RECHNEN, vermag sie nicht.

8. In diesem abschliessenden Kapitel wollen wir uns fragen, ob es sinnvoll wäre, die vier transzendentalen Semiotiken, d.h. die drei von uns begründeten und die eine von Kaehr begründete, miteinander zu kombinieren. Bei vier Modellen ergeben sich also sechs mögliche Kombinationen:

8.1. Qualitative Semiotik und parametrisierte Semiotik

$$\left. \begin{array}{l} \text{PZR} = (.1.) \lesssim (.2.) \lesssim (.3.) \\ \text{SZR} = \{\Delta, \blacktriangle, \blacktriangle, \square, \blacksquare, \blacksquare, \circ, \bullet, \bullet\} \\ \text{PrZR} = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c) \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\text{SZR} = \{\pm\Delta, \pm\blacktriangle, \pm\blacktriangle, \pm\square, \pm\blacksquare, \pm\blacksquare, \pm\circ, \pm\bullet, \pm\bullet\}$$

Mit dieser Definition der Subzeichenrelation können die Qualitäten des Zeichens, wie ihre entsprechenden Quantitäten, in verschiedenen Kontexturen aufscheinen. Dies ist eine Konsequenz aus der Theorie der parametrisierten Zeichen, bringt aber nichts grundsätzlich Neues.

8.2. Qualitative Semiotik und Einbettungstheorie

$$\text{SZR} = \{\Delta, \blacktriangle, \blacktriangle, \square, \blacksquare, \blacksquare, \circ, \bullet, \bullet\}$$

$$\text{PrZR} = \{3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d\}$$

Es bleibt, die kategoriale Nullheit durch drei Qualitäten ($d \in \{.1, .2, .3\}$) zu repräsentieren. Nach Toth (2009b) sind das

$$(\Pi), (\sqcup), (\sqsubset) \text{ bzw. } (\Pi^*), (\sqcup^*), (\sqsubset^*),$$

wobei die gestirnten nur bei Realitätsthematiken entsprechend dem zwar tetradischen, aber trichotomischen Zeichenmodell vorkommen.

Bei der Kombination bekommen wir also

$$\text{SZR} = \{\Delta, \blacktriangle, \blacktriangle, \square, \blacksquare, \blacksquare, \circ, \bullet, \bullet, \Pi, \sqcup, \sqsubset\}$$

Diese Relation ist allerdings insofern heterogen, als die ersten neun Qualitäten für Relationen, die letzten drei Qualitäten aber für eine Kategorie stehen. In Toth (2008e) wurde daher argumentiert, dass es nicht nur die Objekttranszendenz, sondern auch eine Transzendenz (oder Introszendenz) des Interpretanten und eine Transzendenz (oder Ultraszendenz) des Mittels gibt und dass eine vollständige transzendente Zeichenrelation daher aus 6 Glieder besteht:

$$\text{TrZR} = \{3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ \odot.e \ \odot.f\},$$

worin also (0.d) das 0-relationale kategoriale Objekt, ($\odot.e$) den 0-relationalen kategorialen Interpretanten und ($\odot.f$) das 0-relationale kategoriale Mittel bezeichnen. Genauso wie die letzten zwei, ist also bereits (0.d) eine Qualität, so dass die Ersetzung der präsemiotischen Trichotomie durch Π, \sqcup, \sqsubset nichts mehr als eine Schreibkonvention ist.

8.3. Qualitative Semiotik und Kaehrsche Semiotik

Sie bestünde einfach darin, dass man SZR durch Kontexturen indiziert, also etwa im Falle einer 3-kontexturalen Semiotik:

$$\text{K-SZR} = \text{SZR} = \{\Delta_{1,3}, \blacktriangle_1, \blacktriangle_3, \square_1, \blacksquare_{1,2}, \blacksquare_2, \circ_3, \bullet_2, \bullet_{2,3}\}$$

8.4. Parametrisierte Semiotik und Einbettungstheorie

$$\text{ZR} = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c)$$

Diese im 2. Band von Toth (2008d) bereits behandelte Semiotik geht aus von

$$\text{Pr-ZR} = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c \pm 0.\pm d)$$

8.5. Parametrisierte Semiotik und Kaehr-Semiotik

Ausgangsdefinition wäre im 3-kontexturalen Fall eine Zeichendefinition der folgenden Form

$$\text{K-ZR} = ((\pm 3.\pm a)_{i,j,k} (\pm 2.\pm b)_{l,m,n} (\pm 1.\pm c)_{o,p,q}) \text{ mit } i, \dots, 1 \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$$

8.6. Einbettungstheorie und Kaehr-Semiotik

Ausgangsdefinition der Zeichenrelation wäre im 4-kontexturalen Fall, der in diesem Fall wegen der Tetradizität der Zeichenklassen minimal ist:

$$\text{K-Pr-ZR} = (3.a_{i,j,k} 2.b_{l,m,n} 1.c_{o,p,q} 0.d_{r,s,t}) \text{ mit } i, \dots, t \in \{\emptyset, 0, 1, 2, 3\}$$

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Kombinationen 8.1 bis 8.6 gegenüber den Haupttypen transzendentaler Semiotik, die durch Elimination des Theorems der Objekttranszendenz ausgezeichnet sind, zwar Verfeinerungen des formalen semiotischen Apparates, aber keine metaphysischen Neurungen erbringen.

Abschliessend sei denjenigen, die keinen Nutzen in einer transzendentalen Semiotik sehen oder für die dieses Thema in den Bereich der Magie gehört, mit Günther zugerufen: "Das neue Thema der Philosophie ist die Theorie der Kontexturalgrenzen, die die Wirklichkeit durchschneiden" (Günther, Der Tod des Idealismus und die letzte Mythologie, hrsg. von Rudolf Kaehr, S. 47).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
- Gfesser, Karl, Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth und Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141.
- Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979
- Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000
- Günther, Gotthard, Der Tod des Idealismus und die letzte Mythologie. Undat. Fragm., hrsg. von Rudolf Kaehr: <http://www.thinkartlab.com/pkl/tod-ideal.htm>
- Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
- Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf>
(2008)
- Kaehr, Rudolf, Polycontextuality of signs?
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf> (2009)
- Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies (= Applied Semiotics, vol. 18), S. 117-134
- Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44, 2003, S. 139-149
- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007, 2. Aufl. 2008 (2008a)
- Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (2008b)
- Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008c)
- Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008d)
- Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Die qualitativen polykontextural-semiotischen Funktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Die Struktur bezeichneter Objekte I

1. Im Anschluss an Toth (2009) wollen wir uns hier dem Zusammenhang zwischen der Thematisationsstruktur bezeichneter Objekte und der dynamisch-kategorialen Struktur der Konkatenation der Realitätsthematiken aus Dyaden widmen. Wenn man sich die drei möglichen Thematisationsstrukturen anschaut:

1. $(X \leftarrow AB)$
2. $(AB \rightarrow X)$
3. $(A \rightarrow X \leftarrow B)$,

dann stellt man fest, dass sie in allen 9 Haupttypen bezeichneter Objekte so mit Werten für X, A und B besetzt sind, dass die thematisierenden Subzeichen, wenn sie linksthematisieren, jeweils mit einer trichotomischen Zweitheit und einer trichotomischen Drittheit und dem thematisierten Subzeichen mit einer trichotomischen Erstheit auftreten, und, wenn sie rechtsthematisieren, jeweils mit einer trichotomischen Erst- und Zweitheit als thematisierende und einer trichotomischen Drittheit als thematisierte auftreten. Bei den "Sandwiches" entspricht die Reihenfolge der trichotomischen Werte von links nach rechts der Ordnung der ersten drei Ordnungszahlen. Beispiel:

$(O1 \leftarrow M2M3)$

$(M1M2 \rightarrow O3)$

$(M1 \rightarrow O2 \leftarrow M3)$

2. Bei dyadischen Objekten treten also die trichotomischen Werte (.1), (.2), (.3) unabhängig von den Triaden auf, was nichts anderes als die bekannte Tatsache ausdrückt, dass nicht alle bezeichneter Objekte thematisierte Objektbezüge sind:

- | | | |
|---------------|-------------------------------------|--|
| 1. M-them M: | $(M1 \leftarrow M2M3)$ | $(1.1 \rightarrow 1.2) \diamond (1.2 \rightarrow 1.3)$
$[id1, \alpha] \diamond [id1, \beta]$ |
| 2. M-them. O: | $(O3 \leftarrow M1M2)$ | $(2.3 \rightarrow 1.1) \diamond (1.1 \rightarrow 1.2)$
$[\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ] \diamond [id1, \alpha]$ |
| | $(M1M2 \rightarrow O3)$ | $(1.1 \rightarrow 1.2) \diamond (1.2 \rightarrow 2.3)$
$[id1, \alpha] \diamond [\alpha, \beta]$ |
| | $(M1 \rightarrow O2 \leftarrow M3)$ | $(1.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \rightarrow 1.3)$
$[\alpha, \alpha] \diamond [\alpha^\circ, \beta]$ |

3. M-them. I:	$(I1 \leftarrow M1M2)$	$(3.1 \rightarrow 1.1) \diamond (1.1 \rightarrow 1.2)$ $[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}1] \diamond [\text{id}1, \alpha]$
	$(M1M2 \rightarrow I3)$	$(1.1 \rightarrow 1.2) \diamond (1.2 \rightarrow 3.3)$ $[\text{id}1, \alpha] \diamond [\beta\alpha, \beta]$
	$(M1 \rightarrow I2 \leftarrow M3)$	$(1.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 1.3)$ $[\beta\alpha, \alpha] \diamond [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta]$
4. O-them. M:	$(M1 \leftarrow O2O3)$	$(1.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \rightarrow 2.3)$ $[\alpha, \alpha] \diamond [\text{id}2, \beta]$
	$(O1O2 \rightarrow M3)$	$(2.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \rightarrow 1.3)$ $[\text{id}2, \alpha] \diamond [\alpha^\circ, \beta]$
	$(O1 \rightarrow M2 \leftarrow O3)$	$(2.1 \rightarrow 1.2) \diamond (1.2 \rightarrow 2.3)$ $[\alpha^\circ, \alpha] \diamond [\alpha, \beta]$
5. O-them. O:	$(O1 \leftarrow O2O3)$	$(2.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \rightarrow 2.3)$ $[\text{id}2, \alpha] \diamond [\text{id}2, \beta]$
6. O-them. I:	$(I1 \leftarrow O2O3)$	$(3.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \rightarrow 2.3)$ $[\beta^\circ, \alpha] \diamond [\text{id}2, \beta]$
	$(O1O2 \rightarrow I3)$	$(2.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \rightarrow 3.3)$ $[\text{id}2, \alpha] \diamond [\beta, \beta]$
	$(O1 \rightarrow I2 \leftarrow O3)$	$(2.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 2.3)$ $[\beta, \alpha] \diamond [\beta^\circ, \beta]$
7. I-them. M:	$(M1 \leftarrow I2I3)$	$(1.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 3.3)$ $[\beta\alpha, \alpha] \diamond [\text{id}3, \beta]$
	$(I1I2 \rightarrow M3)$	$(3.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 1.3)$ $[\text{id}3, \alpha] \diamond [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta]$

	$(I1 \rightarrow M2 \leftarrow I3)$	$(3.1 \rightarrow 1.2) \diamond (1.2 \rightarrow 3.3)$ $[\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha] \diamond [\beta\alpha, \beta]$
8. I-them. O:	$(I1I2 \rightarrow O3)$	$(3.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 2.3)$ $[\text{id}3, \alpha] \diamond [\beta^\circ, \beta]$
	$(O1 \leftarrow I2I3)$	$(2.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 3.3)$ $[\beta, \alpha] \diamond [\text{id}3, \beta]$
	$(I1 \rightarrow O2 \leftarrow I3)$	$(3.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \rightarrow 3.3)$ $[\beta^\circ, \alpha] \diamond [\beta, \beta]$
9. I-them. I:	$(I1 \leftarrow I2I3)$	$(3.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 3.3)$ $[\text{id}3, \alpha] \diamond [\text{id}3, \beta]$

3. Triadische Objekte

1. O2/I1-them. M3; M3/I1-them. O2; M2/O2-them. I1:

$$(3.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \rightarrow 1.3)$$

$$[\beta^\circ, \alpha] \diamond [\alpha^\circ, \beta]$$

2. O3/I1-them. M2; M2/I1-them. O3; M2/O3-them. I1:

$$(2.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 1.3)$$

$$[\beta, \alpha] \diamond [\alpha^\circ \beta^\circ, \beta]$$

3. O1/I2-them. M3; M3/I2-them. O1; M3/O1-them. I2:

$$(3.1 \rightarrow 1.2) \diamond (1.2 \rightarrow 2.3)$$

$$[\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha] \diamond [\alpha, \beta]$$

4. O3/I2-them. M1; M1/I2-them. O3; M1/O3-them. I2:

$$(1.1 \rightarrow 3.2) \diamond (3.2 \rightarrow 2.3)$$

$$[\beta\alpha, \alpha] \diamond [\beta^\circ, \beta]$$

5. O1/I3-them. M2; M2/I3-them. O1; M2/O1-them. I3:

$$(2.1 \rightarrow 1.2) \diamond (1.2 \rightarrow 3.3)$$

$$[\alpha^\circ, \alpha] \diamond [\beta\alpha, \beta]$$

6. O2/I3-them. M1; M1/I3-them. O2; M1/O2-them. I3:

(1.1 \rightarrow 2.2) \diamond (2.2 \diamond 3.3)

$[\alpha, \alpha] \diamond [\beta, \beta]$

Obwohl (oder gerade weil) triadische Realität auf Eigenrealität, d.h. der Identität von Zeichenklasse und Realitätsthematik (und damit von Zeichen und bezeichnetem Objekt im Sinne von Bense 1979, S. 37) basiert ist, sind triadische Objekte dadurch ausgezeichnet, dass sie keine identitiven Morphismen enthalten.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die Struktur bezeichneter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die Struktur bezeichneter Objekte II

1. Wie in Toth (2009) gezeigt, gibt es in einer triadischen Semiotik genau drei Thematisationsstrukturen von durch Realitätsthematiken bezeichneten Objekten:

$$1. (X \leftarrow AB)$$

$$2. (AB \rightarrow X)$$

$$3. (A \rightarrow X \leftarrow B)$$

Wenn man, wie in 1. und 2. zwischen den Thematisationsrichtungen, d.h. zwischen links- (\leftarrow) und rechtsthematisierenden (\rightarrow) Strukturen unterscheidet, kann man die Strukturen noch dadurch präzisieren, dass man die trichotomischen Stellenwerte für die Variablen X, A, B ($\in \{1., 2., 3.\}$) angibt:

$$1. (X.1 \leftarrow A.2B.3)$$

$$2. (A.1B.2 \rightarrow X.3)$$

$$3. (A.1 \rightarrow X.2 \leftarrow B.3)$$

Wenn wir als Beispiel für ein bezeichnetes Objekt das Mittel-thematisierte Objekt heranziehen, dann sehen die drei Thematisationsstrukturen wie folgt aus:

$$1. (2.1 \leftarrow (1.2 \ 1.3)) \times (3.1 \ 2.1 \ 1.2)$$

$$2. ((1.1 \ 1.2) \rightarrow 2.3) \times *(3.2 \ 2.1 \ 1.1)$$

$$3. (1.1 \rightarrow 2.2 \leftarrow 1.3) \times *(3.1 \ 2.2 \ 1.1)$$

2. Nun ist es, wie in Toth (2008, S. 177 ff.) gezeigt, möglich, Zeichenklassen wegen ihrer 3 Subzeichen auf $3! = 6$ Arten zu permutieren. Um die dadurch entstehenden zusätzlichen Thematisationsstrukturen zu finden, permutieren wir also die Realitätsthematiken (2.1 1.2 1.3), (1.1 1.2 2.3) und (1.1 2.2 1.3) der Zeichenklassen (3.1 2.1 1.2), *(3.2 2.1 1.1) und *(3.1 2.2 1.1):

$$1. P(3.1 \ 2.1 \ 1.2) = \{(3.1 \ 2.1 \ 1.2), (3.1 \ 1.2 \ 2.1), (2.1 \ 3.1 \ 1.2), (2.1 \ 1.2 \ 3.1), \\ (1.2 \ 3.1 \ 2.1), (1.2 \ 2.1 \ 3.1)\}$$

$$2. P(*3.2 \ 2.1 \ 1.1) = \{(3.2 \ 2.1 \ 1.1), (3.2 \ 1.1 \ 2.1), (2.1 \ 3.2 \ 1.1), (2.1 \ 1.1 \ 3.2), \\ (1.1 \ 3.2 \ 2.1), (1.1 \ 2.1 \ 3.2)\}$$

$$3. P(*3.1 \ 2.2 \ 1.1) = \{(3.1 \ 2.2 \ 1.1), (3.1 \ 1.1 \ 2.2), (2.2 \ 3.1 \ 1.1), (2.2 \ 1.1 \ 3.1), \\ (1.1 \ 3.1 \ 2.2), (1.1 \ 2.2 \ 3.1)\}$$

Wir erhalten also die folgenden 6 Thematisationsstrukturen bezeichneter Objekte, wobei die fett markierten neu hinzugekommene sind:

$$P2: \quad \times (3.1 \ 1.2 \ 2.1) = (\underline{1.2} \ 2.1 \ \underline{1.3}) \rightarrow (A \rightarrow X \leftarrow B)$$

$$P3: \quad \times (2.1 \ 3.1 \ 1.2) = (2.1 \ \underline{1.3} \ \underline{1.2}) \rightarrow (\mathbf{X} \leftarrow \mathbf{BA})$$

$$P4: \quad \times (2.1 \ 1.2 \ 3.1) = (\underline{1.3} \ 2.1 \ \underline{1.2}) \rightarrow (\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{X} \leftarrow \mathbf{A})$$

$$P5: \quad \times (1.2 \ 3.1 \ 2.1) = (\underline{1.2} \ \underline{1.3} \ 2.1) \rightarrow (AB \rightarrow X)$$

$$P6: \quad \times (1.2 \ 2.1 \ 3.1) = (\underline{1.3} \ \underline{1.2} \ 2.1) \rightarrow (\mathbf{BA} \rightarrow \mathbf{X})$$

Wie man erkennt, handelt es sich bei den durch Permutation hinzugekommenen Thematisationsstrukturen lediglich um Inversionen der Strukturen der thematisierenden Subzeichen bezeichneter Objekte. Die erkenntnistheoretische Bedeutung der drei Basis- und der drei abgeleiteten Strukturen zu bestimmen, bleibt ein Anliegen der angewandten Semiotik.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Struktur bezeichneter Objekte I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die Struktur bezeichneter Objekte III

1. Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, gibt es neben den drei primären Thematisierungstypen bezeichneter Objekte

$$1. (AB \rightarrow X)$$

$$2. (X \leftarrow AB)$$

$$3. (A \rightarrow X \leftarrow B)$$

noch drei sekundäre, bei denen die Ordnung der thematisierenden Subzeichen invertiert ist:

$$4. (BA \rightarrow X)$$

$$5. (X \leftarrow BA)$$

$$6. (B \rightarrow X \leftarrow A)$$

Die 6 Thematisierungstypen entsprechen den folgenden Permutationsstrukturen des Zeichenklassenschemas ZR = (3.a 2.b 1.c):

$$P1: \quad \times (3.a \ 2.b \ 1.c) = (c.1 \ \underline{b.2} \ \underline{a.3}) \rightarrow (X \leftarrow AB)$$

$$P2: \quad \times (3.a \ 1.c \ 2.b) = (\underline{b.2} \ c.1 \ \underline{a.3}) \rightarrow (A \rightarrow X \leftarrow B)$$

$$P3: \quad \times (2.b \ 3.a \ 1.c) = (c.1 \ \underline{a.3} \ \underline{b.2}) \rightarrow (X \leftarrow BA)$$

$$P4: \quad \times (2.b \ 1.c \ 3.a) = (\underline{a.3} \ c.1 \ \underline{b.2}) \rightarrow (B \rightarrow X \leftarrow A)$$

$$P5: \quad \times (1.c \ 3.a \ 2.b) = (\underline{b.2} \ \underline{a.3} \ c.1) \rightarrow (AB \rightarrow X)$$

$$P6: \quad \times (1.c \ 2.b \ 3.a) = (\underline{a.3} \ \underline{b.2} \ c.1) \rightarrow (BA \rightarrow X)$$

(Die A und B haben nichts mit den (b.2) und (a.3) zu tun, obwohl sie einander hier unglücklicherweise übers Kreuz zu entsprechen scheinen.)

2. Wir wollen uns nun die zyklischen Übergänge zwischen den Permutationen, d.h.

$$P1 \rightarrow P2 \rightarrow P3 \rightarrow P4 \rightarrow P5 \rightarrow P6$$

mit Hilfe der semiotischen Kategorietheorie (Toth 2008, S. 177 ff.) anschauen, wobei wir o.B.d.A. von der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.2) ausgehen wollen:

$$P1: \quad [[\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]] \rightarrow (X \leftarrow AB)$$

$$P2: \quad [[\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha], [\alpha, \alpha^\circ]] \rightarrow (A \rightarrow X \leftarrow B)$$

$$P3: \quad [[\beta, \text{id1}], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]] \quad \rightarrow \quad (X \leftarrow BA)$$

$$P4: \quad [[\alpha^\circ, \alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ]] \quad \rightarrow \quad (B \rightarrow X \leftarrow A)$$

$$P5: \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, \text{id1}]] \quad \rightarrow \quad (AB \rightarrow X)$$

$$P6: \quad [[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id1}]] \quad \rightarrow \quad (BA \rightarrow X)$$

$$P1 \rightarrow P2: \quad [[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \alpha]] \quad \rightarrow \quad [[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$P1 \rightarrow P3: \quad [[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \alpha]] \quad \rightarrow \quad [[\beta, \text{id1}], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]]$$

$$P1 \rightarrow P4: \quad [[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \alpha]] \quad \rightarrow \quad [[\alpha^\circ, \alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$P1 \rightarrow P5: \quad [[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \alpha]] \quad \rightarrow \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, \text{id1}]]$$

$$P1 \rightarrow P6: \quad [[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \alpha]] \quad \rightarrow \quad [[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id1}]]$$

$$P2 \rightarrow P3: \quad [[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \alpha^\circ]] \quad \rightarrow \quad [[\beta, \text{id1}], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]]$$

$$P2 \rightarrow P4: \quad [[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \alpha^\circ]] \rightarrow [[\alpha^\circ, \alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$P2 \rightarrow P5: \quad [[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \alpha^\circ]] \rightarrow [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, id1]]$$

$$P2 \rightarrow P6: \quad [[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \alpha^\circ]] \rightarrow [[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, id1]]$$

$$P3 \rightarrow P4: \quad [[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]] \rightarrow [[\alpha^\circ, \alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$P3 \rightarrow P5: \quad [[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]] \rightarrow [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, id1]]$$

$$P3 \rightarrow P6: \quad [[\beta, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]] \rightarrow [[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, id1]]$$

$$P4 \rightarrow P5: \quad [[\alpha^\circ, \alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ]] \rightarrow [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, id1]]$$

$$P4 \rightarrow P6: \quad [[\alpha^\circ, \alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ]] \rightarrow [[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, id1]]$$

$$P5 \rightarrow P6: \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, id1]] \rightarrow [[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, id1]]$$

Damit erhalten wir folgende 15 vereinfachte Schemata, in denen wir die konstanten Morphismen durch “—“ bezeichnen und die variablen stehen lassen:

1. $P1 \rightarrow P2: \quad [[\beta^\circ, id1], [—, —\alpha]] \rightarrow [[\alpha^\circ\beta^\circ, —], [—, —]]$
2. $P1 \rightarrow P3: \quad [[\beta^\circ, —], [\alpha^\circ, —]] \rightarrow [[\beta, —], [\alpha^\circ\beta^\circ, —]]$
3. $P1 \rightarrow P4: \quad [[\beta^\circ, id1], [—, —]] \rightarrow [[—, —], [\beta\alpha, —]]$
4. $P1 \rightarrow P5: \quad [[—, —], [—, \alpha]] \rightarrow [[\beta\alpha, —], [—, —]]$

5. P1 → P6: $[[\beta^\circ, \text{—}], [\text{—}, \text{—}]] \rightarrow [[\text{—}, \text{—}], [\beta, \text{—}]]$
6. P2 → P3: $[[\text{—}, \text{—}], [\text{—}, \alpha^\circ]] \rightarrow [[\beta, \text{id1}], [\text{—}, \text{—}]]$
7. P2 → P4: $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{—}], [\text{—}, \text{—}]] \rightarrow [[\text{—}, \text{—}], [\beta\alpha, \text{—}]]$
8. P2 → P5: $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \text{—}]] \rightarrow [[\beta\alpha, \text{—}], [\beta^\circ, \text{id1}]]$
9. P2 → P6: $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{—}], [\text{—}, \text{—}]] \rightarrow [[\text{—}, \text{—}], [\beta, \text{id1}]]$
10. P3 → P4: $[[\beta, \text{id1}], [\alpha^\circ\beta^\circ, \text{—}]] \rightarrow [[\alpha^\circ, \text{—}], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
11. P3 → P5: $[[\beta, \text{—}], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]] \rightarrow [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, \text{—}]]$
12. P3 → P6: $[[\text{—}, \text{—}], [\alpha^\circ\beta^\circ, \text{—}]] \rightarrow [[\text{—}, \alpha^\circ], [\text{—}, \text{—}]]$
13. P4 → P5: $[[\text{—}, \alpha], [\text{—}, \text{—}]] \rightarrow [[\text{—}, \text{—}], [\beta^\circ, \text{id1}]]$
14. P4 → P6: $[[\text{—}, \text{—}], [\beta\alpha, \text{—}]] \rightarrow [[\text{—}, \text{—}], [\beta, \text{id1}]]$
15. P5 → P6: $[[\beta\alpha, \text{—}], [\beta^\circ, \text{—}]] \rightarrow [[\alpha, \text{—}], [\beta, \text{—}]]$

Diese 15 Schemata beschreiben also auf semiotisch-kategorialer Ebene die Übergänge aller 6 basalen Thematisationsstrukturen bezeichneter Objekte untereinander und stellen somit die tiefst möglichen Abstraktionen der von uns nur durch Zeichen erkennbaren und kommunizierbaren nicht-apriorischen Objekte dar.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Struktur bezeichneter Objekte I-II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Präsemiotische Realitätsthematiken?

1. In Toth (2009) wurde die bereits in Toth (2008) eingeführte präsemiotische Zeichenrelation

$$ZR^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$$

behandelt und darauf hingewiesen, dass in ZR^* das präsentierte kategoriale Objekt O° bzw. die fundamentalkategoriale Nullheit bzw. der modalsemiotische “Gegenstand” (G) in die repräsentative Peircesche triadische Zeichenrelation ZR eingebettet wurde. Aufgrund der asymmetrischen präsemiotischen 4×3 -Matrix

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

folgt, dass die den Subzeichen der ersten Zeile korrespondierenden konversen Subzeichen (1.0), (2.0), (3.0) fehlen. Daraus folgt wiederum, dass es im Grunde keine Realitätsthematiken geben kann, die aus den über ZR^* konstruierten Zeichenklassen dualisiert werden können.

2. (0.1), (0.2) und (0.3) sind im Sinne von Bense (1975, S. 65 f.) “null-relationale” Kategorien, d.h. disponible Objekte oder präsemiotische “Substrate” (1975, S. 45 f.). Würde man also eine präsemiotische Zeichenklasse nehmen, z.B.

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.3)$$

und sie dualisieren

$$\times(3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.3) = (3.0 \ 2.1 \ 1.2 \ 1.3),$$

so wäre nicht klar, was das duale Gegenstück einer 0-relationalen Kategorie ist. Falls die Dualisation hier überhaupt sinnvoll ist, dann wäre eine Kategorie wohl invariant, und falls die korrekt ist, bekommen wir folgendes präsemiotisches Pseudo-Dualsystem, in deren Realitätsthematiken nur die eingebetteten triadisch-trichotomischen Relationen konvertiert sind:

$$\begin{array}{lcl}
(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) & = & (\begin{array}{c|c} 0.1 & 1.1\ 1.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.2) & = & (\begin{array}{c|c} 0.2 & 1.1\ 1.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 1.1\ 1.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) & = & (\begin{array}{c|c} 0.2 & 2.1\ 1.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 2.1\ 1.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 3.1\ 1.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.2) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 3.1\ 1.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 2.1\ 2.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 3.1\ 2.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.1\ 2.3\ 1.3\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 3.1\ 3.2\ 1.3 \end{array}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) & = & (\begin{array}{c|c} 0.2 & 2.1\ 2.2\ 2.3 \end{array}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 2.1\ 2.2\ 2.3 \end{array}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 3.1\ 2.2\ 2.3 \end{array}) \\
(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 3.1\ 3.2\ 2.3 \end{array}) \\
(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3) & = & (\begin{array}{c|c} 0.3 & 3.1\ 3.2\ 3.3 \end{array})
\end{array}$$

Allerdings ist wegen der relationalen Ungebundenheit der 0-relationalen Kategorien auch deren Position sowohl innerhalb von Zeichenklassen als auch Realitätsthematiken frei, so dass sich 4 Stellungsmöglichkeiten ergeben:

$$(0.3\ 3.1\ 2.1\ 1.2) \quad \times \quad (2.1\ 1.2\ 1.3\ 0.3)$$

$$(3.1\ 0.3\ 2.1\ 1.2) \quad \times \quad (2.1\ 1.2\ 0.3\ 1.3)$$

$$(3.1\ 2.1\ 0.3\ 1.2) \quad \times \quad (2.1\ 0.3\ 1.2\ 1.3)$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3) \quad \times \quad (0.3\ 2.1\ 1.2\ 1.3)$$

3. Anders als bei Relationen ist es allerdings möglich, auch Kategorien natürlich mit Hilfe der semiotischen Kategoriethorie (vgl. Toth 2008, S. 177 ff.) formal präzise zu erfassen. Weil sich 4 Stellungsmöglichkeit der Nullheit für jede der 15 präsemiotischen Zeichenklassen bzw. "Realitätsthematiken" ergeben, führt dies zum umfangreichen Apparat von 120 natürlichen Transformationen. Die allgemeinen semiotisch-kategoriethoretischen Strukturen sind für die zweimal 4 Grundstellungen:

$$\begin{array}{lcl}
(0.d\ 3.a\ 2.b\ 1.c) & \rightarrow & [[(0.3), (d.a)], [(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]] \quad \rightarrow \\
& & [[\gamma\delta, (d.a)], [\beta^\circ, (a.b)], [\alpha^\circ, (b.c)]]
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
(3.a\ 0.d\ 2.b\ 1.c) & \rightarrow & [[(3.0), (a.d)], [(0.2), (d.b)], [(2.1), (b.c)]] \quad \rightarrow \\
& & [[\gamma\delta, (a.d)], [\delta^\circ, (d.b)], [\alpha^\circ, (b.c)]]
\end{array}$$

Toth, Alfred, Mitführung in der Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009)

Zu einer semiotischen Texttheorie

1. Der Begriff der Theorie der Texte geht auf Bense (1962) zurück. Benses Anliegen war es, mit Hilfe der Informationstheorie, der Semiotik und der Ästhetik eine "materiale Betrachtung" von Texten zu modellieren, d.h. "eine Betrachtung, die nur auf das Material des Textes, nicht auf die Bedeutung des Materials eingeht" (1962, S. 9). Benses Werk war nicht nur vom Ansatz der Verabschiedung einer Gefallens-Ästhetik, sondern vor allem auch in der Verwischung der Grenzen von Linguistik und Literaturwissenschaft eine Pioniertat, welche bereits sehr früh die Textlinguistik vorbereitet hatte. Allerdings muss gesagt werden, dass von der später von Bense entwickelten Semiotik in der "Theorie der Texte" (1962) aufgrund ihres frühen Erscheinens erst wenige Rudimente vorhanden sind, die praktisch alle nicht direkt auf Peirce, sondern auf Morris zurückgehen (Bense 1962, S. 34 ff.). In anderen Worten bedeutet dies, dass die von Bense und seinem Kreis der numerischen und generativen Ästhetik entwickelte Texttheorie eine mehr oder weniger rein mathematische, genauer statistische Theorie war (vgl. Gunzenhäuser 1962/75; Maser 1971). Merkwürdigerweise wurde die später ausgearbeitete Semiotik nie mehr systematisch auf die Texttheorie angewandt. Selbst in der 3. Auflage von Benses "Aesthetica" (1982) finden sich lediglich einige semiotische Begriffe im Anhang (1982, S. 369 ff.). Die so benannte texttheoretische Teildisziplin der "Textsemiotik" ist nicht über die elementarsten Grundlagen hinausgekommen (Bense 1969, S. 91-96).

2. Einen ganz neuen Ansatz einer semiotischen Texttheorie hat nun R. Kaehr geliefert (Kaehr 2009a, b), und zwar geht er auf die von ihm in einer Reihe von Aufsätzen entwickelte polykontexturale Semiotik zurück (vgl. z.B. Kaehr 2008). Sehr vereinfacht gesagt, handelt es sich hierbei um die Vorstellung, dass eine (monadische, dyadische oder triadische) Zeichenrelation nicht nur in einem, sondern in mehreren Bereichen der logischen Zweiwertigkeit, in sogenannten Kontexturen liegen kann. Die bekannte Peirce-Bense-Semiotik ist somit monokontextural, weil unterstellt wird, dass alle drei Zeichenbezüge einer Zeichenklasse oder Realitätsthematik in ein und derselben – nämlich der einzigen – Kontextur liegen.

Geht man hingegen, wie dies Kaehr (2008) tat, von einer 4-kontexturalen Semiotik aus, die nicht nur genügend "Spielraum" für die Kontexturen der drei Fundamentalkategorien hat, sondern über eine zusätzliche logisch-ontologisch-semiotische Position verfügt, so kann man die 10 Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken wie folgt schreiben:

$$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.1_{1,3,4}) \quad \times \quad (1.1_{4,3,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$$

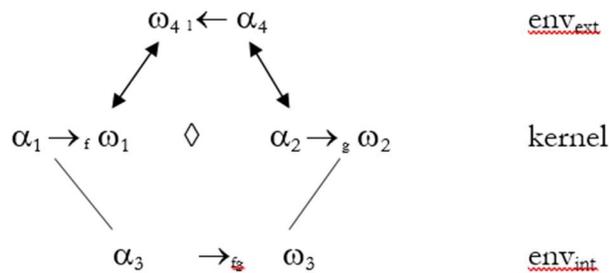
$$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4}) \quad \times \quad (2.1_{4,1} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3})$$

$$(3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4}) \quad \times \quad (3.1_{4,3} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3})$$

$$\begin{aligned}
(3.1_{3,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4}) & \times (3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 1.3_{4,3}) \\
(3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4}) & \times (2.1_{4,1} \ 2.2_{4,2,1} \ 2.3_{4,2}) \\
(3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4}) & \times (3.1_{4,3} \ 2.2_{4,2,1} \ 2.3_{4,2}) \\
(3.2_{2,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4}) & \times (3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 2.3_{4,2}) \\
(3.3_{2,3,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4}) & \times (3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 3.3_{4,3,2})
\end{aligned}$$

3. Die Kontexturierung von Zeichenklassen ist nun eine notwendige Bedingung dafür, dass das Zeichen als semiotischer Diamant aufgefasst werden kann: “A sign is a semiotic diamond, depraved from its environment” (Kaehr 2009b, S. 7). Unter der (äusseren) Umgebung eines Zeichens wird dabei im Falle der Komposition $(M \rightarrow O) \diamond (O \rightarrow I)$ die kontexturierte Gebrauchsfunktion eines Zeichens verstanden. Das folgende Diamantenmodell ist aus Kaehr (2009, S. 3) nachgezeichnet:



wobei die “matching conditions” sind:

$$\alpha_1 \equiv \alpha_3$$

$$\alpha_2 \equiv \alpha_4$$

$$\omega_1 \equiv \omega_4$$

$$\omega_2 \equiv \omega_3$$

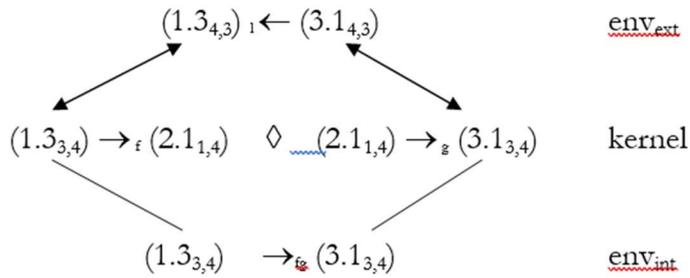
Wenn wir nun als Beispiel die kontexturierte Zeichenklasse

$$\text{ZR} = (3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4})$$

nehmen, haben wir also

$$\alpha_1 = (1.3_{3,4}), \omega_1 = \alpha_2 = (2.1_{1,4}), \omega_2 = (3.1_{3,4})$$

Damit bekommen wir den folgenden semiotischen Diamanten



Hieraus folgt also:

$$(\text{env}_{\text{ext}}) = \times(\text{env}_{\text{int}}).$$

Ferner gilt natürlich

$$\text{Diamant} = \text{ZR} + (\text{env}_{\text{ext}}) = \text{ZR} + \times(\text{env}_{\text{int}}).$$

Aus der letzteren Gleichung folgt aber (in Übereinstimmung mit Kaehr 2009b, S. 6), dass es entsprechend der Dreigliedrigkeit von ZR auch 6 Arten von Kompositionen und daher 6 innere und 6 äussere Umgebungen gibt. Mit unserem Beispiel:

$$1.a. \quad (3.1_{3,4} \rightarrow 1.3_{3,4}) \diamond (1.3_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) (I \rightarrow M) \diamond (M \rightarrow O)$$

$$1.b. \quad (2.1_{1,4} \rightarrow 1.3_{3,4}) \diamond (1.3_{3,4} \rightarrow 3.1_{3,4}) (O \rightarrow M) \diamond (M \rightarrow I)$$

$$2.a. \quad (3.1_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) \diamond (2.1_{1,4} \rightarrow 1.3_{3,4}) (I \rightarrow O) \diamond (O \rightarrow M)$$

$$2.b. \quad (1.3_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) \diamond (2.1_{1,4} \rightarrow 3.1_{3,4}) (I \rightarrow O) \diamond (O \rightarrow M)$$

$$3.a. \quad (1.3_{3,4} \rightarrow 3.1_{3,4}) \diamond (3.1_{3,4} \rightarrow 2.1_{1,4}) (M \rightarrow I) \diamond (I \rightarrow O)$$

$$3.b. \quad (2.1_{1,4} \rightarrow 3.1_{3,4}) \diamond (3.1_{3,4} \rightarrow 1.3_{3,4}) (O \rightarrow I) \diamond (I \rightarrow M)$$

Das vollständige System der äusseren Umgebungen, die also ein Zeichen zu einem Diamanten machen, ist also

$$1.a. \quad (3.1_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$$

$$1.b. \quad (2.1_{4,1} \leftarrow 3.1_{4,3})$$

$$2.a. \quad (3.1_{4,3} \leftarrow 1.3_{4,3})$$

$$2.b. \quad (1.3_{4,3} \leftarrow 3.1_{4,3})$$

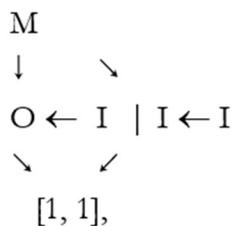
$$3.a. \quad (1.3_{4,3} \leftarrow 2.1_{4,1})$$

3.b. $(2.1_{4,1} \leftarrow 1.3_{4,3})$

Die Inversion der kontexturalen Indizes hebt also die Identität zwischen Zeichen- und Realitätsthematiken auf und unterscheidet die Typen 1.a bis 3.b gleichzeitig von einfachen Retrosemiosen mit nicht-invertierten Indizes.

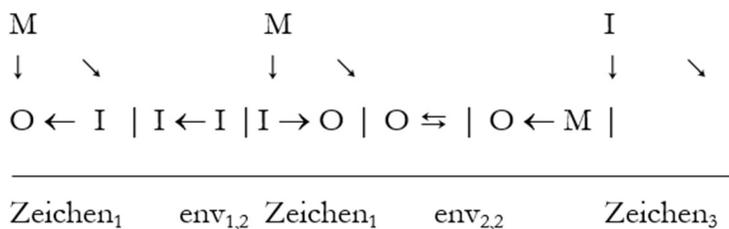
4. Die nächst grössere Einheiten nach Zeichen und Diamant ist nach Kaehr das "Bi-Zeichen": "A semiotic diamond is a bi-sign, de-rooted from its anchor" (2009b, S. 7). Der Anker garantiert die "uniqueness" des kontexturierten Zeichens. Im monokontexturalen Fall kann der Anker "1" daher weggelassen werden, auch wenn Kaehr (2009a, S. 5) recht hat, dass sich die monokontexturale Semiotik ihrer Verankerung nicht bewusst ist.

Ein isoliertes Bi-Zeichen hat nach Kaehr folgende Form:

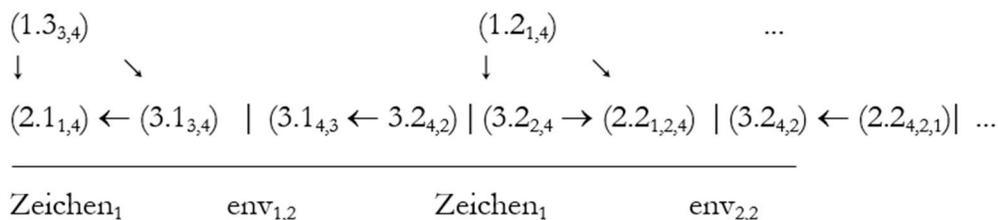


wobei $(I \leftarrow I)$ im monokontexturalen Fall eine simple Retrosemiose ist.

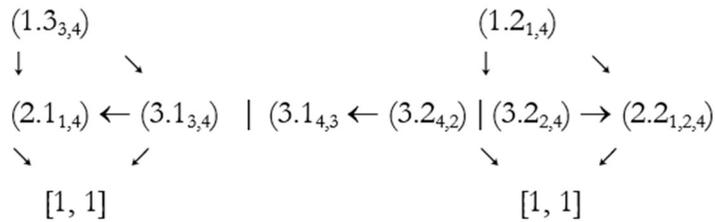
Im Normalfall treten aber Bi-Zeichen nicht allein auf, sondern sind via ihre äusseren Umgebungen zu Paaren, Tripel, Quadrupeln, allgemein: n-Tupeln konkateniert, wobei diese Konkatenationen wiederum über die "matching conditions" laufen (Kaehr 2009, S. 7):



Das folgende Beispiel ist beliebig gewählt:

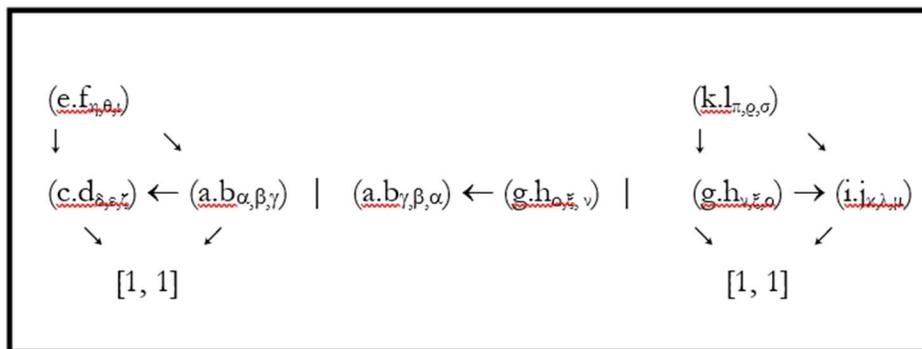


5. Sind in einem n-Tupel von Bi-Zeichen auch die chiastischen Relationen sichtbar gemacht, so liegt nach Kaehr (2009a, S. 8) ein Textem vor. Im einfachsten Fall ist also ein Textem ein Paar von Bi-Zeichen mit ihren entsprechenden chiastischen Relationen:



Natürlich gelten auch hier die 6 möglichen Kompositionen, so dass sich also jede kontexturierte Zeichenklasse und jede kontexturierte Realitätsthematik in Form von je 6 Textemen darstellen lassen. Erlaubt man die Verknüpfung gleicher Zeichenklassen (was auf Grund von linguistischer Erfahrung sicher sinnvoll ist), dann kann also jede Zeichenklasse und jede Realitätsthematik in Form von 36 Bi-Zeichen und also Textemen dargestellt werden.

Danach hat also ein kontextural-semiotisches Textem folgende abstrakte Form:



mit $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \sigma \in \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$, wobei also 1, ..., 4 die 4 Kontexturen sind und die leere Kontextur für alle nicht-genuinen Subzeichen d.h. nicht für die semiotischen identitiven Morphismen gilt. $(a, \dots, l) \in \{1, 2, 3\}$, d.h. in den Hauptwerten $\{1., .2, .3\}$ und in den Stellenwerten $\{.1, .2, .3\}$. Wir gehen also von einer Zeichenrelation $ZR = (a.b.c.d.e.f)$ anstatt von $ZR = (3.a.2.b.1.c)$ aus, um die triadischen Hauptwerte nicht zum vornherein festzulegen, so dass alle 6 Kompositionstypen in der allgemeinen Form des kontextural-semiotischen Textems möglich sind.

6. Sehr einfach ausgedrückt, ist ein kontexturiertes semiotisches Textem also nichts anderes als ein Spezialfall der in Toth (2008) dargestellten Zeichenverbindungen, wobei als kleinste Einheit zwei Zeichen durch ihre je 6 möglichen "matching conditions" als miteinander verknüpft nachgewiesen werden. Daraus würde also folgen, dass man lieber die in Toth (2008) vorgelegte "Allgemeine Zeichengrammatik" zur Hand nähme und sie für weitere Verfeinerungen einfach kontexturiere. Das ist jedoch nur die Hälfte der Wahrheit.

Wie Kaehr in (2009b) gezeigt hatte, ist es mit Hilfe der Unterscheidung zwischen homogenen und inhomogenen Textemen möglich, sehr vereinfacht ausgedrückt, sogar solche Bi-Zeichen miteinander zu verknüpfen, deren Schnittmengen von Subzeichen leer ist, und zwar also mit Hilfe ihrer gemeinsamen Kontexturen. Ich gebe zunächst die beiden Kaehrschen Schemata für homogene und für inhomogene Texteme:

$$\frac{\left[\left(M_{\alpha} \rightarrow I_{\omega} \right) \diamond \left(I_{\alpha} \rightarrow O_{\omega} \right) \right]^{(1,1)} \circ \left[\left(M_{\alpha} \rightarrow I_{\omega} \right) \diamond \left(I_{\alpha} \rightarrow O_{\omega} \right) \right]^{(1,2)}}{\left(M_{\alpha} \rightarrow O_{\omega} \right)^{(1,1)} \left| \begin{array}{c} (2) \\ \left(I_{\omega} \right) \right. \left. \left(I_{\alpha} \right)^{(1)} \right| \left(M_{\alpha} \rightarrow O_{\omega} \right)^{(1,2)}} \\ \text{Diamond composition rule for homogeneous semiotic texteme}$$

$$\frac{\left[\left(M_{\alpha} \rightarrow I_{\omega} \right) \diamond \left(I_{\alpha} \rightarrow O_{\omega} \right) \right]^{(1,1)} \circ \left[\left(I_{\alpha} \rightarrow M_{\omega} \right) \diamond \left(M_{\alpha} \rightarrow O_{\omega} \right) \right]^{(1,2)}}{\left(M_{\alpha} \rightarrow O_{\omega} \right)^{(1,1)} \left| \begin{array}{c} \left(I_{\omega} \leftarrow I_{\alpha} \right) (1) \\ \left(M_{\omega} \leftarrow M_{\alpha} \right) (2) \end{array} \right| \left(I_{\alpha} \rightarrow O_{\omega} \right)^{(1,2)}} \\ \text{Diamond composition rule for heterogeneous semiotic texteme}$$

Da wir mit Zeichenklassen in 4 Kontexturen operieren, haben wir z.B.

(3.1_{3,4} 2.2_{1,2,4} 1.3_{3,4}) →

(3.1₃ 2.2₁ 1.3₃)

(3.1₄ 2.2₂ 1.3₄)

(3.1₃ 2.2₂ 1.3₃)

(3.1₃ 2.2₄ 1.3₃), etc.,

was ich einmal als “kontexturale Auffaltung” bezeichnet hatte. Dadurch lassen sich also z.B. bei Zeichenklassen wie (3.1 2.1 1.1) und (3.2 2.2 1.2), die kein gemeinsames Subzeichen haben, semiotische Verbindungen via gemeinsame Kontexturen herstellen. Kaehr (2009b, S. 15) gibt folgendes Schema der matching conditions:

$$\text{Sem}^{(4,1)} = \left(\begin{array}{ccc} M_{1,3,4} \Rightarrow O_{1,3}/M_2 & & \\ \downarrow & x & \downarrow \\ I_{2,3,4} \Rightarrow I_1/O_{2,4} & & \end{array} \right)$$

with:

$$\text{sem}_i = (M, O, I)_i, i = 1, 2, 3, 4$$

and the matching conditions:

$$\begin{array}{l} M_1 \cong M_3 \cong M_4 \\ O_1 \cong M_2 \cong O_3 \\ I_1 \cong O_2 \cong O_4 \\ I_2 \cong I_3 \cong I_4 \end{array}$$

Insofern geht also das Kaehrsche Textem-Modell bei weitem über meine Allgemeine Zeichengrammatik hinaus. Im Idealfall müssten natürlich beide Modelle miteinander kombiniert werden, was eine interessante Aufgabe für einen Doktoranden wäre. Jedenfalls muss man sich bewusst sein, dass die auf der kontexturierten Semiotik basierende Texttheorie keineswegs mehr, wie von Bense (1962) ursprünglich intendiert, eine rein materiale Theorie ist, sondern es wird hier einerseits wegen des triadischen Zeichenbegriffs mit Bedeutung und Sinn “gerechnet”, andererseits wegen der Modellierung der Semiotik durch die Polykontextualitätstheorie profitiert aber die Semiotik von den enormen rein formalen Möglichkeiten, welche die Semiotik alleine nicht zu liefern vermag.

Bibliographie

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Bense, Max, Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969

Bense, Max, Aesthetica. 3. Aufl. 1989

Gunzenhäuser, Rul, Mass und Information als ästhetische Kategorien. 1. Aufl. Quickborn 1962, 2. erweiterte Aufl. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf> (2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf> (2009b)

Maser, Siegfried, Numerische Ästhetik. Stuttgart 1971

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Topicstruktur, Satz und Text

1. In Toth (1989) hatte ich als erster im Rahmen der Peirce-Bense-Semiotik jenen Satztypus zu beschreiben versucht, welcher einzig dazu dient, ein Topic im Satz als solches zu etablieren:

- (1) Es war einmal ein alter König, der/* \emptyset ... hatte eine schöne Tochter.
- (2) War ein Schneider zu Breslau, der/ \emptyset ass immer Karpfen zum Frühstück.
- (3) Am Brunnen vor dem Tore, da/ \emptyset steht ein Lindenbaum.

Solche Topic-Introduktionen verhalten sich in mehrfacher Hinsicht auffällig; z.B. haben sie appositive Relativsätze hinter sich, wobei das korrelative Pronomen dann wegfallen kann, wenn kein Dummy („es“) im übergeordneten Satz steht. Einen besonderen Typus stellen die Topik-Introduktionen mit „Settings“ dar, welche das einzuführende Topik zusätzlich lokalisieren; rein theoretisch braucht dieses nicht räumlich zu sein, sondern kann auch zeitlich auftreten:

- (4) Abends vor dem Tore, da/ \emptyset treff ich meine Braut.

2. Im Gegensatz zu den folgenden Satz-Varianten

- (1^o) Ein alter König hatte eine Tochter.
- (2^o) Ein Schneider zu Breslau ass immer Krapfen zum Frühstück.
- (3^o) Am Brunnen vor dem Tore steht ein Lindenbaum.
- (4^o) Abends vor dem Tore treff ich meine Braut.,

die logisch gesehen im Prinzip beurteilbar sind und daher semiotisch abgeschlossene Konnexen darstellen und deshalb als dicentische Zeichenklassen

Zkl(Satz) = (3.2 2.3 1.3)

fungieren, sind die obigen Sätze (1) bis (4) logisch nicht beurteilbar und stellen semiotisch offene Konnexen dar und fungieren als rhematische Zeichenklassen

Zkl(Top) = (3.1 2.1 1.3).

Der Grund für den iconischen Objektbezug liegt, wie bereits in Toth (1989) ausgeführt, darin, dass diese Topik-Introduktionen die Abfolge realer Prozesse sprachlich imitieren; vgl. z.B.

Es klopft (I). Ich schaue zur Tür (III), und herein kommt – der Briefträger (IV).

Die Reihenfolge I-IV entspricht hier der Reihenfolge, in welcher ich den beschriebenen Vorgang tatsächlich wahrnehme., eingeschlossen die Umkehrung der im Deutschen unmarkierten Reihenfolge Subjekt – Verb in (IV) zur inversen, d.h. markierten Folge Verb – Subjekt.

Texte, worunter der Einfachheit halber all das verstanden werde soll, was über den Satz, d.h. sowohl über Topik-Introduktionen als auch über beurteilbare Sätze hinausgeht, müssen semiotisch nach Walther (1979, S. 101) in ihrem Interpretantenbezug als Argumente aufgefasst werden und fallen damit unter die einzige argumentische Zeichenklassen

$$\text{Zkl}(\text{Tex}) = (3.3 \ 2.3 \ 1.3)$$

3. Die „stratifikationale“ Hierarchie (vgl. Toth 2009) der drei behandelten diskursiven Einheiten kann also semiotisch wie folgt dargestellt werden:

Topik-Introduktion > Satz > Text

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) > (3.2 \ 2.3 \ 1.3) > (3.3 \ 2.3 \ 1.3)$$

Würde man die Interrelationen dieser drei Einheiten mit Hilfe der Peirceschen Semiotik darstellen, so erhielte man

- generative Semiosen im Interpretantenbezug: $(3.1) > (3.2) > (3.2)$
- eine generative Semiose über 2 Subzeichen im Objektbezug: $(2.1) > (2.3)$, d.h. unter „Überspringung“ von (2.2)
- eine konstante Semiose (1.3), d.h. Selbstabbildung

Eine solche Beschreibung sagt aber semiotisch fast genauso wenig aus wie linguistisch. Versuchen wir es deshalb mit der von Kaehr (2009a, b) eingeführten kontextural-semiotischen Texttheorie. Da die Peircesche Semiotik triadisch ist, geben wir den Fundamentalkategorien sozusagen etwas logischen „Spielraum“ und setzen eine 4-kontexturale Semiotik voraus, wie sie in Kaehr (2008a) eingeführt und von mir in einer Reihe von Arbeiten weiterentwickelt wurde. Dann bekommen wir folgende kontexturierte Zeichenklassen für die drei diskursiven Einheiten:

$$\text{Zkl}(\text{Top})^* = (3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4})$$

$$\text{Zkl}(\text{Satz})^* = (3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4})$$

$$\text{Zkl}(\text{Tex})^* = (3.3_{2,3,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4})$$

Damit ergeben sich die folgenden homogenen “matching conditions” für die einzelnen Subzeichen:

$$(3.1)_3 \cong (3.1)_4 \quad (2.1)_1 \cong (2.1)_4 \quad (1.3)_3 \cong (1.3)_4$$

$$(3.2)_2 \cong (3.2)_4 \quad (2.2)_1 \cong (2.2)_2$$

$$(3.3)_2 \cong (3.3)_3 \quad (2.2)_1 \cong (2.2)_4$$

$$(3.3)_2 \cong (3.3)_4 \quad (2.2)_2 \cong (2.2)_4$$

$$(3.3)_3 \cong (3.3)_4 \quad (2.3)_2 \cong (2.3)_4$$

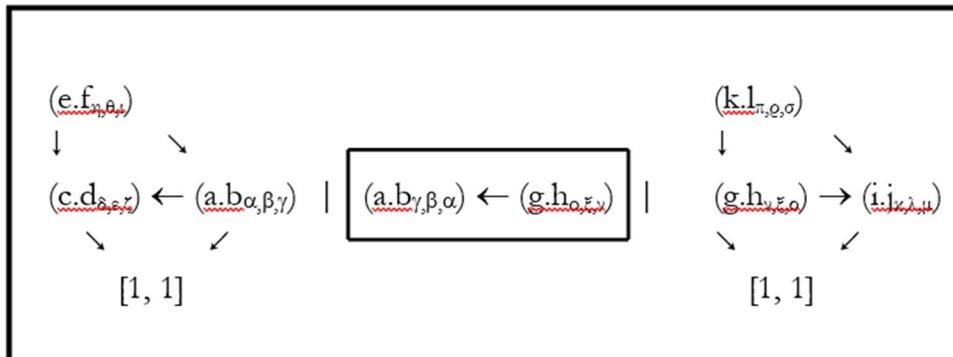
Ferner ergeben sich $11 + 10 + 9 + \dots + 1 = 66$ inhomogene „matching conditions“, wie etwa

$$(3.1)_3 \cong (2.1)_4$$

$$(2.2)_1 \cong (2.3)_4$$

$$(3.3)_3 \cong (1.3)_3, \text{ etc.,}$$

insgesamt also 77 matching conditions. Wenn man sich nun das elementare Textem-Modell nach Kaehr (2009a, b) vor Augen führt



dann erkennt man, dass die 77 matching conditions genau die Schaltstelle der von mir so genannten „kontextuellen Retrosemiosen“ im inneren Quadrat ausmachen. Kontextuelle Retrosemiosen haben dabei die Form

$$(a.b)_{\alpha,\beta,\gamma} \leftarrow (c.d)_{\gamma,\beta,\alpha},$$

wobei $\alpha, \beta, \gamma \in \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$ (im 4-kontextuellen Falle), d.h. entweder α oder β oder γ (aber nicht zwei oder drei) können unbesetzt sein, und zwar ist dies genau dann der Fall, wenn keine genuinen Subzeichen, d.h. keine identitiven Morphismen (Semiosen) vorliegen. Wichtig ist, dass in homogenen Fall $a = c$ gilt, d.h. die Subzeichen haben die gleichen triadischen Hauptwerte. $(c.d)$ ist aber niemals $= (b.a)$, d.h. es findet keine Inversion der Subzeichen (Retrosemiose $((a \rightarrow b) \rightarrow (b \rightarrow a))$), sondern eben nur eine der kontextuellen Indizes statt. Diese kontextuellen Retrosemiosen garantieren dabei die Aufhebung des logischen Identitätssatzes für die Semiotik, vgl.

$$(I) \quad (3.1)_{3,4} \leftarrow (3.1)_{4,3}$$

$$(II) \quad (1.3)_{3,4} \leftarrow (3.1)_{3,4}$$

In (I) gilt daher $(3.1)_{3,4} \neq (3.1)_{4,3}$, nicht aber in (II), denn dort gilt die im monokontextuellen Falle identische Kontexturierung zueinander dualer Subzeichen. Dies ist auch der Grund, weshalb eine auf Subzeichen basierende Retrosemiose nicht funktioniert.

Da es nun 77 matching conditions gibt und da diese erst ein Zeichen zu einem Bi-Zeichen („bi-signs“ nach Kaehr) machen und damit zum Zentrum dessen, was Kaehr (2008b) einen „semiotischen Diamanten“ nennt, gibt es also auch 77 Texteme, mit Hilfe derer die Übergänge zwischen den drei

diskursiven Entitäten Topikintroduktion, Satz und Text darstellbar sind. Selbstverständlich können wiederum die semiotischen, d.h. subzeichenhaften/semiosischen und/oder kontextuellen Interrelationen zwischen diesen 77 Textemen bestimmt werden, was bereits im Falle paarweiser Interrelationen $77 + 76 + 75 + \dots + 1 = 3'003$ Möglichkeiten ergibt, usw. Es ist also keineswegs so, wie einige frühe Textlinguisten gemeint haben, dass das reduktionistische Modell der Peirceschen Semiotik notwendig mit einem Rückgang beschreibungsadäquater Komplexität verbunden ist.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf>
(2008a)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf> (2008b)

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory.

<http://www.blogger.com/http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf>
(2009a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf> (2009b)

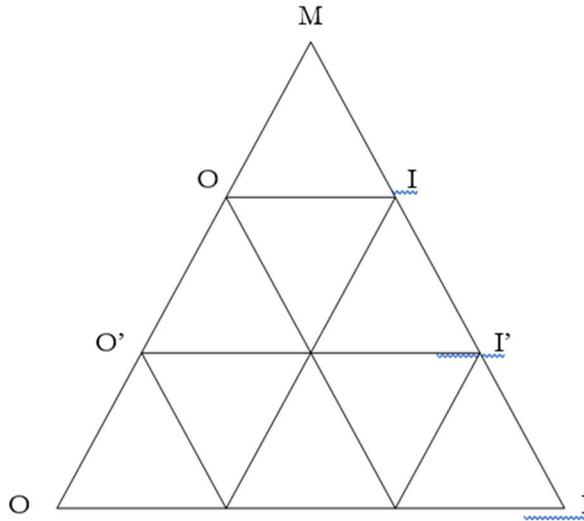
Toth, Alfred, Semiotische Ansätze zur Thematisierung der iconischen Serialisierung in der Textlinguistik. In: Semiosis 54, 1989, S. 27-38

Toth, Alfred, Semiotische Stratifizierung und Planifizierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

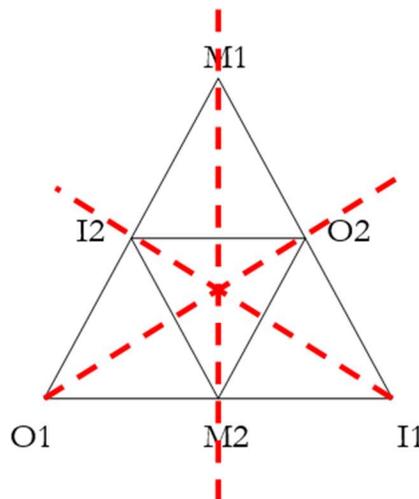
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Ein elementares semiotisches Schema für Textem-Iteration

1. "Iteration ist eine Operation, die alle Teilmengen des Zeichenrepertoires gewinnt, als Potenzmengenbildung darstellbar ist" (Bense und Walther 1973, S. 46). Darstellung einer Iteration nach Bense (1971, S. 55):



Wie man leicht erkennt, kann man ein elementares semiotisches Iterationsschema wie folgt skizzieren:



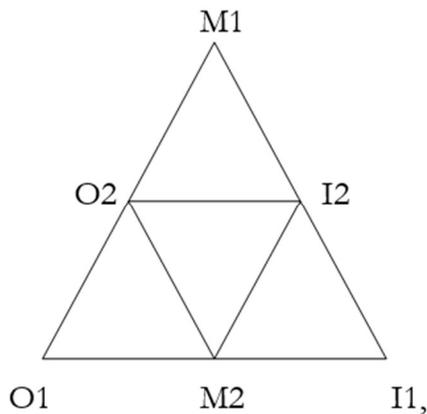
Dabei sind die gestrichelten roten Linien also die Orte gleicher triadischer Zeichenbezüge, weshalb wir zunächst von dieser Anordnung der Fundamentalkategorien ausgehen. Wie man leicht erkennt, kann man die Bezüge des einbeschriebenen Dreiecks als „matching points“ von Bi-Zeichen im Sinne von Kaehr (2009) interpretieren, d.h. die vier Dreiecke im grossen Dreieck werden dadurch selbst zu Modellen von Bi-Zeichen. Da in diesem Modell also 4 Bi-Zeichen von links nach rechts durch Adjunktion und von unten nach oben durch Superisation verbunden sind, können wir mit Bense (1971, S. 48 ff.) dieses Schema als semiotisches Iterationsschema auffassen. Da zwei Bi-Zeichen ein

Textem minimal definieren (Kaehr 2009), handelt es sich bei unserem Modell also um ein Schema der semiotischen Textem-Iteration.

2. Im folgenden berechnen wir die Zeichenfunktionen des grossen Dreiecks, d.h. die Bezeichnungsfunktion ($M \rightarrow O$), die Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$) und die Gebrauchsfunktion ($I \rightarrow M$) durch die die matching points definieren Teilfunktionen des eingeschriebenen Dreiecks:

$$\begin{array}{l}
 (M1 \rightarrow O1) = (M1 \rightarrow \\
 (O1 \rightarrow I1) = (O1 \rightarrow \\
 (I1 \rightarrow M1) = (I1 \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \boxed{
 \begin{array}{c}
 I2) \circ (I2 \\
 M2) \circ (M2 \\
 O2) \circ (O2
 \end{array}
 } \\
 \rightarrow O1) \\
 \rightarrow I1) \\
 \rightarrow M1)
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 I \\
 M \\
 O
 \end{array}$$

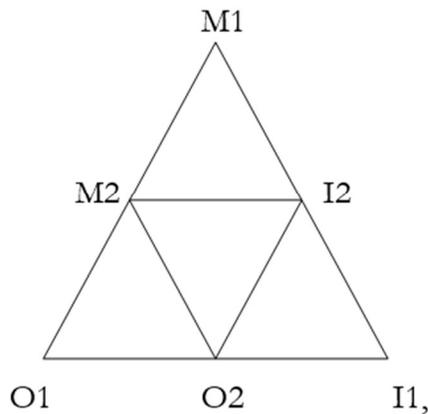
Wenn wir nun von der folgenden Anordnung der Fundamentalkategorien des eingeschriebenen Dreiecks ausgehen:



bekommen wir durch die gespiegelten matching points:

$$\begin{array}{l}
 (M1 \rightarrow O1) = (M1 \rightarrow \\
 (O1 \rightarrow I1) = (O1 \rightarrow \\
 (I1 \rightarrow M1) = (I1 \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \boxed{
 \begin{array}{c}
 O2) \circ (O2 \\
 M2) \circ (M2 \\
 I2) \circ (I2
 \end{array}
 } \\
 \rightarrow O1) \\
 \rightarrow I1) \\
 \rightarrow M1)
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 O \\
 M \\
 I
 \end{array}$$

Durch eine weitere lineare Transformation bekommt man z.B.



mit

$$\begin{array}{l}
 (M1 \rightarrow O1) = (M1 \rightarrow \\
 (O1 \rightarrow I1) = (O1 \rightarrow \\
 (I1 \rightarrow M1) = (I1 \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \boxed{
 \begin{array}{l}
 M2) \circ (M2 \\
 O2) \circ (O2 \\
 I2) \circ (I2
 \end{array}
 }
 \begin{array}{l}
 \rightarrow O1) \\
 \rightarrow I1) \\
 \rightarrow M1)
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 M \\
 O \\
 I,
 \end{array}$$

d.h. hier entspricht die der generativ-semiotischen Ordnung der Zeichenfunktionen entsprechende Ordnung der matching points genau der generativ-semiotischen Ordnung der Fundamentalkategorien im Zeichenschema (M, O, I). Insgesamt gibt es die 6 permutationellen Ordnungen (M, O, I), (M, I, O), (O, I, M), (O, M, I), (I, O, M) und (I, M, O). Allen diesen Schemata ist gemein, dass die matching points **homogen** sind.

3. Inhomogene matching points sind doppelte matching points, die den Bedingungen der „matching conditions“ von Kaehr (2009) genügen. Hierfür muss allerdings von kontexturierten Zeichenklassen ausgegangen werden, da die matchings nicht mehr über gemeinsame Subzeichen bzw. Morphismen (Semiosen) läuft, sondern über einander zugeordnete kontextuelle Indizes der Subzeichen.

Wenn wir der Einfachheit halber statt von 4 nur noch 3 Dreiecken ausgehen, so können wir ihnen z.B. die folgenden 3 kontexturierten Zeichenklassen in 4 Kontexturen zuordnen:

$$Zkl(1) = (3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4})$$

$$Zkl(2) = (3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4})$$

$$Zkl(3) = (3.3_{2,3,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4})$$

Damit ergeben sich die folgenden 11 homogenen „matching conditions“ für die einzelnen Subzeichen:

$$(3.1)_3 \cong (3.1)_4 \quad (2.1)_1 \cong (2.1)_4 \quad (1.3)_3 \cong (1.3)_4$$

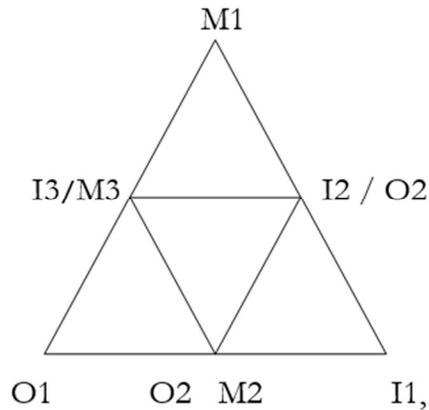
$$(3.2)_2 \cong (3.2)_4 \quad (2.2)_1 \cong (2.2)_2$$

$$(3.3)_2 \cong (3.3)_3 \quad (2.2)_1 \cong (2.2)_4$$

$$(3.3)_2 \cong (3.3)_4 \quad (2.2)_3 \cong (2.2)_4$$

$$(3.3)_3 \cong (3.3)_4 \quad (2.3)_2 \cong (2.3)_4$$

Insgesamt gibt es natürlich $(11 \text{ mal } 12/2) = 66$ Kombinationen von Paar-matches und somit 55 inhomogene matches. Wenn wir nun, wiederum der Einfachheit halber, die Kontexturindizes weglassen, könnte in Modell mit inhomogenen matches z.B. wie folgt aussehen:



In diesem Fall bekommen wir also

$$\begin{array}{l} (M1 \rightarrow O1) = (M1 \rightarrow \boxed{I3} \circ (M3 \rightarrow O1) \quad I/M \\ (O1 \rightarrow I1) = (O1 \rightarrow \boxed{O2} \circ (M2 \rightarrow I1) \quad O/M \\ (I1 \rightarrow M1) = (I1 \rightarrow \boxed{I2} \circ (O2 \rightarrow M1) \quad I/O \end{array}$$

bzw.

$$\begin{array}{l} (M1 \rightarrow O1) = (M1 \rightarrow \boxed{M3} \circ (I3 \rightarrow O1) \quad M/I \\ (O1 \rightarrow I1) = (O1 \rightarrow \boxed{M2} \circ (O2 \rightarrow I1) \quad M/O \\ (I1 \rightarrow M1) = (I1 \rightarrow \boxed{O2} \circ (IO2 \rightarrow M1) \quad O/I \end{array}$$

Auf diese Weise kann man also Iterationsschemata semiotischer Texteme – und zwar mono- und polykontexturaler, d.h. nicht-kontexturierter oder kontexturierter, durch homogene und/oder inhomogene matching Kategorien (d.h. durch Subzeichen allein, kontextuelle Indizes allein oder beide zusammen) durch Zerlegung der entsprechenden semiotischen Funktionen in ihre Partialfunktionen berechnen.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kaehr, Rudolf, Diamond text theory.

<http://www.blogger.com/http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf>

(2009a)

Kategorielle Verschachtelung in der erweiterten Semiotik

1. Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, kann man auf der Basis der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Grossen Matrix auf zwei prinzipiell verschiedene Arten Zeichenklassen aus Paaren von dyadischen Subzeichen bilden:

$$1. \text{Zkl}^{\text{erw}} = ((3.a \ 3.b) (2.c \ 2.d) (1.e \ 1.f))$$

$$2. \text{Zkl}^{\text{erw}} = ((3.a \ b.c) (2.d \ e.f) (1.g \ h.i)) \text{ mit } a, \dots, \in \{1, 2, 3\}$$

Bei der ersten Variante gehören als innerhalb jedes Bezugs die sekundären (determinierenden) Subzeichen der gleichen triadischen Relation an wie die primären (determinierten) Subzeichen. Bei der zweiten Variante sind nur die Bezüge der primären Zeichen bestimmt. Bei der ersten Variante kann man weiter entscheiden, ob man die semiotische Inklusionsordnung für einfache, d.h. nicht-erweiterte triadische Zeichenklassen

$$\text{Zkl} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a \leq b \leq c$$

auch auf die zu konstruierenden erweiterten Zeichenklassen überträgt. Tut man es, so erhält man, wie in Toth (2009) gezeigt wurde, 21 Zeichenklassen der Form $(a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq f)$; tut man es nicht, so lassen sich $9^3 = 729$ Zeichenklassen bilden. Bei der zweiten Variante sind es $27^3 = 10'683$ Zeichenklassen, wenn man als einzige Ordnung die einfache triadische Ordnung $a \leq d \leq g$ anerkennt.

2. Welche Variante man wählt, erweiterte Zeichenklassen haben eine Eigentümlichkeit, die man am besten dadurch darstellen kann, dass man sie nach dem in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführten Fahren als „dynamische“ Kategorien auffasst. Im Gegensatz zur statischen semiotischen Kategorietheorie, in der einfach jedem Subzeichen, aufgefasst als Semiose, ein Morphismus zugeordnet wird, trägt die dynamische semiotische Kategorietheorie der Tatsache Rechnung, dass das Peircesche Zeichen eine „verschachtelte Relation über Relationen“ ist (Bense 1979, S. 53, 67) ist, d.h. dass es nicht einfach eine 3-stellige Relation ist, sondern eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und eine triadischen Partialrelation, wobei die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Partialrelation inkludiert sind.

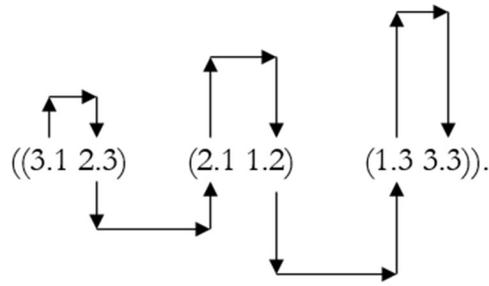
Nehmen wir als konkretes Beispiel die folgende Zeichenklasse:

$$\text{Zkl}^{\text{erw}} = ((3.1 \ 2.3) (2.1 \ 1.2) (1.3 \ 3.3)),$$

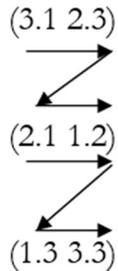
d.h. eine erweiterte Zeichenklasse vom Typ 2 mit der Inklusionsordnung $(a \leq d \leq g)$. Dann können wir diese Zeichenklasse wie folgt in semiotisch-kategorietheoretischer Notation schreiben:

$$\text{Zkl}^{\text{erw}} = [[\beta^\circ, \beta\alpha], [\text{id}2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha], [\text{id}1, \beta], [\beta\alpha, \text{id}3]]$$

Wir haben also folgende Verschachtelungen vorgenommen:



Wenn wir die drei Dyaden-Paare untereinander schreiben, sieht das so aus:



3. Wenn wir nun mit dieser kategoriellen Verschachtelung fortfahren, erhalten wir auf der nächsten Stufe:

$[[\beta^\circ, \text{id}_2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\text{id}_2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \text{id}_1], [\alpha, \beta], [\text{id}_1, \beta\alpha], [\beta, \text{id}_3]]$

Auf einer dritten Stufe:

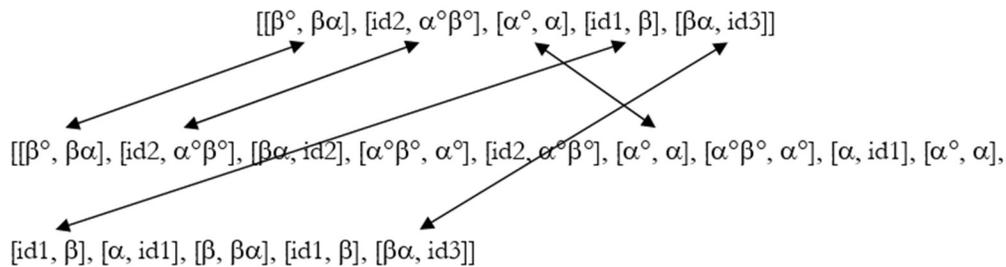
$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\text{id}_2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}_2], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\text{id}_2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \alpha], [\text{id}_1, \beta], [\alpha, \text{id}_1], [\beta, \beta\alpha], [\text{id}_1, \beta], [\beta\alpha, \text{id}_3]]$

Und auf einer vierten Stufe:

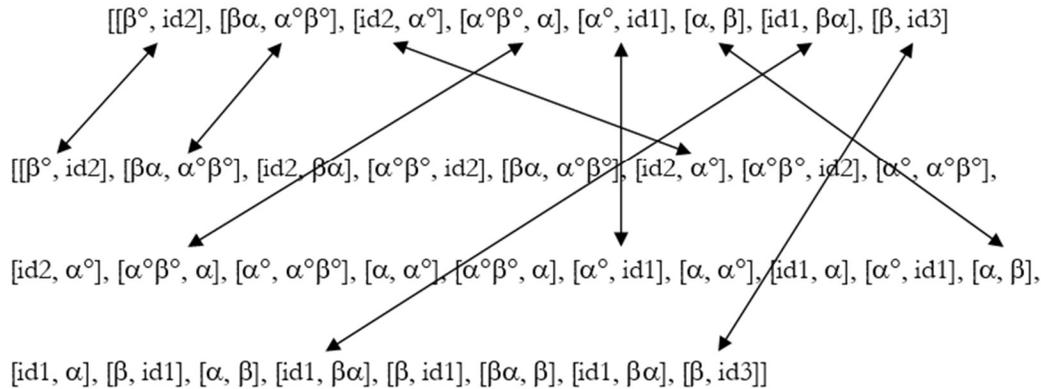
$[[\beta^\circ, \text{id}_2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\text{id}_2, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\text{id}_2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\text{id}_2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \text{id}_1], [\alpha, \alpha^\circ], [\text{id}_1, \alpha], [\alpha^\circ, \text{id}_1], [\alpha, \beta], [\text{id}_1, \alpha], [\beta, \text{id}_1], [\alpha, \beta], [\text{id}_1, \beta\alpha], [\beta, \text{id}_1], [\beta\alpha, \beta], [\text{id}_1, \beta\alpha], [\beta, \text{id}_3]]$

Nun vergleichen wir die geraden und die ungeraden Stufen untereinander:

n = 1 und n = 3:



n = 2 und n = 4:



Wir sehen also, dass die verschachtelten kategoriellen Strukturen einer Stufe n Teilmengen der iterierten verschachtelten kategoriellen Strukturen einer Stufe $(n+1)$ sind, und zwar gesondert für gerades und für ungerades n .

4. Eine weitere Besonderheit – neben der Teilmengenbeziehungen zwischen je zwei geraden oder ungeraden Stufen – findet man in einer Art von Slots, die man auf der jeweils vorangehenden Stufe einer geraden oder ungeraden Stufe (d.h. also allgemein $n \leftarrow (n+2)$) postulieren kann, und zwar hat die Stufe n gegenüber der nächsten Stufe $(n+2)$ immer 3 Slots oder „kategoriale Spuren“, wobei die ersten zwei Morphismen sowohl im geraden wie im ungeraden Fall ausgenommen sind:

(n = 2) → (n = 4):

[[β° , id2], [$\beta\alpha$, $\alpha^\circ\beta^\circ$], —, —, —, [id2, α°], —, —, —, [$\alpha^\circ\beta^\circ$, α], —, —, —, [α° , id1], —, —, —, [α , β], —, —, —, [id1, $\beta\alpha$], —, —, —, [β , id3]]



[[β° , id2], [$\beta\alpha$, $\alpha^\circ\beta^\circ$], [id2, $\beta\alpha$], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, id2], [$\beta\alpha$, $\alpha^\circ\beta^\circ$], [id2, α°], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, id2], [α° , $\alpha^\circ\beta^\circ$], [id2, α°], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, α], [α° , $\alpha^\circ\beta^\circ$], [α , α°], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, α], [α° , id1], [α , α°], [id1, α], [α° , id1], [α , β], [id1, α], [β , id1], [α , β], [id1, $\beta\alpha$], [β , id1], [$\beta\alpha$, β], [id1, $\beta\alpha$], [β , id3]]

(n = 1) → (n = 3):

[[β° , $\beta\alpha$], [id2, $\alpha^\circ\beta^\circ$], —, —, —, [α° , α], —, —, —, [id1, β], —, —, —, [$\beta\alpha$, id3]]



S

[[β° , $\beta\alpha$], [id_2 , $\alpha^\circ\beta^\circ$], [$\beta\alpha$, id_2], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, α°], [id_2 , $\alpha^\circ\beta^\circ$], [α° , α], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, α°], [α , id_1], [α° , α], [id_1 , β], [α , id_1], [β , $\beta\alpha$], [id_1 , β], [$\beta\alpha$, id_3]]

Schliesslich und endlich finden wir als dritte bemerkenswerte Eigenschaft, dass die Anzahl der Morphismen pro verschachtelter kategorieller Struktur eine einzigartige Zahlenfolge generiert, deren Anfang wie folgt aussieht:

Stufe	Anzahl Morphismen
$n = 1$	5
$n = 2$	8
$n = 3$	14
$n = 4$	26

Was das alles zu bedeuten hat, muss späteren Arbeiten überlassen werden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die erweiterte Semiotik auf der Basis der Grossen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kategorial-relationale Verschachtelung bei Arinschen Zeichenklassen

1. In Toth (2009) wurden kategoriale Verschachtelungen bei erweiterten Zeichenklassen untersucht, die folgende allgemeine Form haben

$$\text{Zkl}^* = ((3.a \text{ b.c}) (2.d \text{ e.f}) (1.g \text{ h.i}))$$

Unter einer Arinschen Zeichenklasse, eingeführt von Arin (1981, S. 220), versteht man komplex erweiterte Zeichenklassen der Form

$$\text{Zkl}^{**} = (3.a (1.c \text{ 2.d 3.e}) 2.f (1.g \text{ 2.h 3.i}) 1.j (1.k \text{ 2.l 3.m}))$$

Während also bei Zkl^* jedes primäre Subzeichen der triadischen Hauptrelation durch ein sekundäres Subzeichen aus einem freien trichotomischen Bezug semiotisch determiniert wird, wird bei Zkl^{**} jedes primäre Subzeichen durch eine vollständige Zeichenrelation semiotisch determiniert. Sowohl bei Zkl^* als auch bei Zkl^{**} sind die semiotischen Inklusionsordnungen zu bestimmen. Die minimalen Anzahlen von Zeichenklassen ergeben sich durch die jeweils stärksten Ordnungen, d.h.

$$\text{bei } \text{Zkl}^*: \quad (a \leq c \leq d \leq f \leq g \leq i)$$

$$\text{bei } \text{Zkl}^{**}: \quad (a \leq c \leq d \leq e) \wedge (a \leq f \leq g \leq h \leq i) \wedge (a \leq j \leq k \leq l \leq m)$$

2. Wenn wir von einer konkreten Arinschen Zeichenklassen ausgehen, z.B.

$$\text{Zkl}^{**} = (3.1 (1.3 \text{ 2.2 3.1}) 2.1 (1.2 \text{ 2.2 3.2}) 1.3 (1.1 \text{ 2.1 3.1})),$$

dann können wir sie mit Hilfe der semiotischen Kategorientheorie, welche auf verschachtelten Relationen (Bense 1979, S. 53, 67) definiert ist (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.) wie folgt notieren

$$((3.1) (1.3)) \equiv [[\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}_3], [\text{id}_1, \beta\alpha]]$$

$$((3.1) (2.2)) \equiv [[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$$

$$((3.1) (3.1)) \equiv [[\text{id}_3, \alpha^\circ \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}_1]]$$

$$((2.1) (1.2)) \equiv [[\alpha^\circ, \text{id}_2], [\text{id}_1, \alpha]]$$

$$((2.1) (2.2)) \equiv [[\text{id}_2, \text{id}_2], [\alpha, \alpha]]$$

$$((2.1) (3.2)) \equiv [[\beta, \text{id}_2], [\beta\alpha, \alpha]]$$

$$((1.3) (1.1)) \equiv [[\text{id}_1, \text{id}_1], [\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ]]$$

$$((1.3) (2.1)) \equiv [[\alpha, \text{id}_1], [\beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ]]$$

$$((1.3) (3.1)) \equiv [[\beta\alpha, id1], [id3, \alpha^\circ\beta^\circ]]$$

Nun können wir, dem Vorgehen in Toth (2009) entsprechend, die weiteren inneren Verschachtelungen vornehmen:

2. Stufe

3. Stufe

$[[\alpha^\circ\beta^\circ, id3], [id1, \beta\alpha]]$	\rightarrow	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]], [[id3, id1], [id3, \beta\alpha]]$	\rightarrow
$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$	\rightarrow	$[[\beta^\circ, \alpha], [\beta^\circ, \alpha]], [[\beta^\circ, \alpha], [\beta^\circ, \alpha]]$	\rightarrow
$[[id3, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, id1]]$	\rightarrow	$[[id3, \beta\alpha], [id3, id1]], [[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]]$	\rightarrow
$[[\alpha^\circ, id2], [id1, \alpha]]$	\rightarrow	$[[\alpha^\circ, id1], [\alpha^\circ, \alpha]], [[id2, id1], [id2, \alpha]]$	
$[[id2, id2], [\alpha, \alpha]]$	\rightarrow	$[[id2, \alpha], [id2, \alpha]], [[id2, \alpha], [id2, \alpha]]$	
$[[\beta, id2], [\beta\alpha, \alpha]]$	\rightarrow	$[[\beta, \beta\alpha], [\beta, \alpha]], [id2, \beta\alpha], [id2, \alpha]]$	
$[[id1, id1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	\rightarrow	$[[id1, \alpha^\circ\beta^\circ], [id1, \alpha^\circ\beta^\circ]], [[id1, \alpha^\circ\beta^\circ], [id1, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	
$[[\alpha, id1], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	\rightarrow	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]], [[id1, \beta^\circ], [id1, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	
$[[\beta\alpha, id1], [id3, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	\rightarrow	$[[\beta\alpha, id3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]], [[id1, id3], [id1, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	

4. Stufe

$[[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]], [[id1, \alpha^\circ\beta^\circ], [id1, \beta\alpha]]]$	$\left. \vphantom{[[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]], [[id1, \alpha^\circ\beta^\circ], [id1, \beta\alpha]]]} \right\}$	\leftarrow
$[[[id3, id3], [id3, \beta\alpha]], [[id1, id3], [id1, \beta\alpha]]]$		
$[[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha]], [[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha]]]$	$\left. \vphantom{[[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha]], [[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha]]]} \right\}$	\leftarrow
$[[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha]], [[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha]]]$		
$[[[id3, id3], [id3, id1]], [[\beta\alpha, id3], [\beta\alpha, id1]]]$	$\left. \vphantom{[[[id3, id3], [id3, id1]], [[\beta\alpha, id3], [\beta\alpha, id1]]]} \right\}$	\leftarrow
$[[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]], [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, id1]]]$		

(Im folgenden werden die Pfeile weggelassen.)

usw. Man sieht also leicht, dass von einer Stufe zur nächsten die vier Morphismen in der Transformation links über die acht Morphismen der Transformation rechts distribuiert werden, wobei das abstrakte Schema wie folgt aussieht:

$$[[A, B], [C, D]] \rightarrow [[[A, C], [A, D]], [[B, C], [B, D]]]$$

Die relationale Verschachtelung der Kategorien, auf deren Prinzip Peirce seine Zeichenrelation eingeführt hatte, führt also bei den Arinschen Zeichenklassen zu einer eigentlichen Distributivität der Kategorien auf jeder iterierten Zeichenstufe, d.h. auf jeder Stufe $n > 1$. Da die geraden Stufen nach genau dem gleichen Prinzip der überkreuzten „Multiplikation“ aufgebaut ist, können wir uns diesen Nachweis schenken.

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Kategorielle Verschachtelung in der erweiterten Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009)

Abstraktion als pragmatische Relation

1. Im „Wörterbuch der Semiotik“ wird „Abstraktion“ von Max Bense wie folgt definiert: „iconisches Schema der Kennzeichnung, das die Übereinstimmungsmerkmale zwischen bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen stufenweise extrem reduziert“ (1973, S. 11).

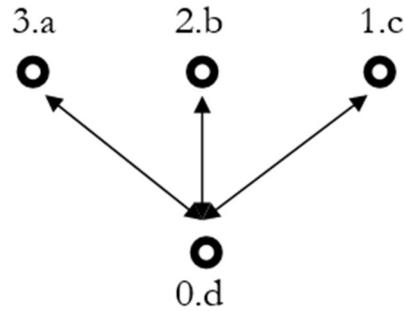
2. Nun ist aber nach Bense „eine absolut vollständige Diversität von ‚Welten‘ und ‚Weltstücken‘, von ‚Sein‘ und ‚Seiendem‘ (...) einem Bewusstsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar“ (Bense 1979, S. 59). Gfesser ergänzte, dass „Zeichenmittel, Objekt und Interpretant in ein und derselben Welt sind“ (1990, S. 139). Benses kürzeste Formel für die semiotische Metaphysik lautet: „Gegeben ist, was repräsentierbar ist“ (1981, S. 11). Demnach gibt es in der Semiotik streng genommen gar kein Objekt, das qua Semiose zum Metaobjekt, also zum Zeichen transformiert wird (Bense 1967, S. 9), denn seine Gegebenheit muss ja bereits repräsentiert sein – wenigstens zum Zeitpunkt, da das Objekt wahrgenommen wird. Trotzdem hält aber Bense am Konzept der Semiose fest: „Zeichen ist alles, was zum Zeichen erklärt wird und nur was zum Zeichen erklärt wird“ (1967, S. 9). Daraus folgt, dass es also doch nicht-repräsentierte, d.h. präsentative Objekte geben kann. Bense selbst vertritt diese Meinung, wenn er den „semiotischen Raum“ dem „ontischen Raum aller verfügbaren Etwase“ gegenüberstellt (1975, S. 65). Das Stichwort ist also „Verfügbarkeit“ bzw. „Disponibilität“ (1975, S. 45): Disponible Objekte stehen in einem präsemiotischen Zusammenhang mit den Zeichen, zu denen sie erklärt werden.

3. Somit dürfen wir das Objekt, das zum Zeichen erklärt (oder im Falle von natürlichen Zeichen als Zeichen interpretiert wird) auch dann nicht ausser Acht lassen, wenn nur das gegeben ist, was repräsentiert ist, d.h. wenn die semiotische Metaphysik jegliche Apriorität leugnet. In Toth (2008) wurde deshalb die triadische Zeichenrelation zu einer tetradischen präsemiotischen Zeichenrelation erweitert, in der die Grenze zwischen Zeichen und transzendtem Objekt aufgehoben ist:

$$ZR^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d) \text{ mit } a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}.$$

Wie man sieht, bezieht sich die relationale Erweiterung des Peirceschen Zeichenmodells nur auf die triadischen Hauptwerte, denn die Relationen der trichotomischen Stellenwerte bleiben erhalten: ZR ist triadisch-trichotomisch, ZR* ist tetradisch-trichotomisch. Die klassische, auf ZR definierte Semiotik ist somit nicht-transzendental aus dem trivialen Grunde, dass sie das Objekt, das qua Metaobjekt zum Zeichen erklärt wird, auf der einen Seite anerkennt, auf der anderen Seite aber leugnet. Demgegenüber ist die auf ZR* definierte Präsemiotik nicht-transzendental aus dem nicht-trivialen Grunde, weil sie das bezeichnete Objekt als kategoriales Objekt in die Peircesche Zeichenrelation inkorporiert.

4. In Toth (2009a) wurde das folgende relationale Schema zur Darstellung von ZR* vorgeschlagen



$(0.d \rightarrow 3.a)$ und $(0.d \rightarrow 3.a)^\circ = (3.a \rightarrow 0.d)$ sind dann die Relationen des Interpretanten zum pragmatischen Referenzobjekt, $(0.d \rightarrow 2.b)$ und $(2.b \rightarrow 0.d)$ die Relationen des repräsentierten Objekts bzw. des Objektbezugs zum pragmatischen Referenzobjekt, und $(0.d \rightarrow 1.c)$ sowie $(1.c \rightarrow 0.d)$ sind die Relationen des Mittelbezugs zum pragmatischen Referenzobjekt.

Wenn wir nun statt von der einfachen von der erweiterten, auf der Grossen Matrix basierenden Zeichenklasse der folgenden allgemeinen Form ausgehen:

$$ZR^{*+} = (3.a \ b.c) (2.d \ e.f) (1.g \ h.i) (0.j \ k.l),$$

dann können die triadischen Hauptwerte $(3.a)$, $(2.d)$, $(1.g)$ und $(0.j)$ jeweils 3 Trichotomien durchlaufen. Dagegen können alle determinierenden Subzeichen der Dyaden-Paare, d.h. $(b.c)$, $(e.f)$, $(h.i)$ und $(k.l)$ jeweils alle 9 in einer triadischen Semiotik möglichen trichotomischen Werte bekommen. Damit ergibt sich also ein Total von 81 Dyaden-Paare für die in ZR^{*+} eingebettete erweiterte Peircesche Zeichenrelation ZR^+ , sowie die folgenden 63 zusätzlichen Dyaden-Paare, welche durch das inkorporierte kategoriale Objekt $((0.j) \ (k.l))$ „verursacht“ werden, nämlich

27 Dyaden-Paare der Formen $(0 \rightarrow 1, 0 \rightarrow 2, 0 \rightarrow 3)$:

$((0.1) \ (1.1))$	$((0.2) \ (1.1))$	$((0.3) \ (1.1))$
$((0.1) \ (1.2))$	$((0.2) \ (1.2))$	$((0.3) \ (1.2))$
$((0.1) \ (1.3))$	$((0.2) \ (1.3))$	$((0.3) \ (1.3))$
$((0.1) \ (2.1))$	$((0.2) \ (2.1))$	$((0.3) \ (2.1))$
$((0.1) \ (2.2))$	$((0.2) \ (2.2))$	$((0.3) \ (2.2))$
$((0.1) \ (2.3))$	$((0.2) \ (2.3))$	$((0.3) \ (2.3))$
$((0.1) \ (3.1))$	$((0.2) \ (3.1))$	$((0.3) \ (3.1))$
$((0.1) \ (3.2))$	$((0.2) \ (3.2))$	$((0.3) \ (3.2))$
$((0.1) \ (3.3))$	$((0.2) \ (3.3))$	$((0.3) \ (3.3)),$

ihre entsprechenden 27 Konversen der Formen $(0 \leftarrow 1, 0 \leftarrow 2, 0 \leftarrow 3)$, sowie die folgenden 9 repertoiriellen Selbstthematisierungen der allgemeinen Form $((0.a) (0.b))$:

$((0.1) (0.1))$	$((0.2) (0.1))$	$((0.3) (0.1))$
$((0.1) (0.2))$	$((0.2) (0.2))$	$((0.3) (0.2))$
$((0.1) (0.3))$	$((0.2) (0.3))$	$((0.3) (0.3))$

Total erhalten wir also ein semiotisches Organon von 144 Paaren von dyadischen Subzeichen.

5. Wir können nun „die Übereinstimmungsmerkmale zwischen bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen“ in der eingangs gegebenen Definition der Abstraktion durch Bense mit den folgenden pragmatischen Relationen formal erfassen:

$((0.1) \leftrightarrow (2.1))$	$((0.2) \leftrightarrow (2.1))$	$((0.3) \leftrightarrow (2.1))$
$((0.1) \leftrightarrow (2.2))$	$((0.2) \leftrightarrow (2.2))$	$((0.3) \leftrightarrow (2.2))$
$((0.1) \leftrightarrow (2.3))$	$((0.2) \leftrightarrow (2.3))$	$((0.3) \leftrightarrow (2.3))$

Abstraktion kann nun prinzipiell zwischen JEDEM Objektbezug, d.h. (2.1), (2.2) oder (2.3), und JEDEM kategorialen Objekt, d.h. (0.1), (0.2) oder (0.3) stattfinden. Die von Bense definierte „stufenweise extreme Reduktion der Übereinstimmungsmerkmale“ betrifft also sämtliche aufgeführten 9 Relationen. Um diese Reduktion formal zu erfassen, schreiben wir die 9 Relationen zunächst mit Hilfe verschachtelter semiotischer Kategorien (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.):

$[[\delta, \gamma], [\alpha, id1]]$	$[[\delta, \gamma], [id2, \alpha^\circ]]$	$[[\delta, \gamma], [\beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ]]$
$[[\delta, \delta], [\alpha, \alpha]]$	$[[\delta, \delta], [id2, id2]]$	$[[\delta, \delta], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$
$[[\delta, \delta\gamma], [\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\delta, \delta\gamma], [id2, \beta]]$	$[[\delta, \delta\gamma], [\beta^\circ, id3]]$

In einem zweiten Schritt iterieren wir die kategoriale Verschachtelung (vgl. Toth 2009b):

$[[\delta, \alpha], [\delta, id1], [\gamma, \alpha], [\gamma, id1]]$
 $[[\delta, id2], [\delta, \alpha^\circ], [\gamma, id2], [\gamma, \alpha^\circ]]$
 $[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ \beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ \beta^\circ]]$

$[[\delta, \alpha], [\delta, \alpha], [\delta, \alpha], [\delta, \alpha]]$
 $[[\delta, id2], [\delta, id2], [\delta, id2], [\delta, id2]]$
 $[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \beta^\circ], [\delta, \beta^\circ], [\delta, \beta^\circ]]$

$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$

$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \beta^\circ], [\delta, \beta^\circ], [\delta, \beta^\circ]]$

$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \text{id}3], [\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}3]]$

Wir deuten noch einen weiteren Iterationsschritt an:

$[[\delta, \delta], [\delta, \text{id}1], [\alpha, \delta], [\alpha, \text{id}1], [\delta, \gamma], [\delta, \alpha], [\text{id}1, \gamma], [\text{id}1, \alpha], [\gamma, \gamma], [\gamma, \text{id}1], [\alpha, \gamma], [\alpha, \text{id}1]]$

$[[\delta, \delta], [\delta, \alpha^\circ], [\text{id}2, \delta], [\text{id}2, \alpha^\circ], [\delta, \gamma], [\delta, \text{id}2], [\alpha^\circ, \gamma], [\alpha^\circ, \text{id}2], [\gamma, \gamma], [\gamma, \alpha^\circ], [\text{id}2, \gamma], [\text{id}2, \alpha^\circ]]$

$[[\delta, \delta], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ, \delta], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \gamma], [\delta, \beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \gamma], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ], [\gamma, \gamma], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ, \gamma], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$, usw.

Je höher man also die Iterationsschritte treibt, desto GRÖßER werden also die Übereinstimmungsmerkmale zwischen Objektbezug und kategorialen Objekt, denn durch die iterierten Verschachtelungen wird ein iconischer Grenzwertprozess in Gang gesetzt. Man kann dies auch an der Progression der Anzahl der in diesem Grenzwertprozess beteiligten Morphismen (2-4-12- ...) erkennen. Somit kann unter Abstraktion in Benses Definition der umgekehrte Prozess, also sozusagen der konverse Grenzwertprozess verstanden werden. Praktisch bedeutet dies, dass von irgendeiner Partialrelation, wie sie in den obigen Strukturen aufscheinen, ausgegangen werden kann, wobei die Richtung der Abstraktion dann durch

$[[A, B], [C, D], [E, F], \dots] \rightarrow ((0.d) \leftrightarrow (2.b))$

schematisiert werden kann. Die bipolare Relation im Dyaden-Paar $((0.d) \leftrightarrow (2.b))$ ist somit in einer erweiterten Semiotik, definiert auf ZR^{*+} , und das heisst auf der triadischen Basisstruktur des Peirceschen Zeichens, die höchstmögliche Abstraktion, die semiotisch überhaupt ausgedrückt werden kann. Das bedeutet aber nichts anderes als dass die durch die Integration des kategorialen Objektes zu einer tetradisch-trichotomischen erweiterte triadisch-trichotomische Peircesche Semiotik das höchstmögliche repräsentative (d.h. nicht nur Form, sondern auch Sinn und Bedeutung erhaltende) Abstraktionssystem darstellt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth und Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Integration der Pragmatik in die semiotische Grammatiktheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Kategorielle Verschachtelung in der erweiterten Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Zu einer Konvergenztheorie von Icons

1. Das an sich kleine „Wörterbuch der Semiotik“ von Bense und Walther (1973) ist ein Eldorado von Anregungen für semiotische Arbeiten. Der Zustand der deutschen Semiotik seit dem Tode Benses hat es möglich gemacht, dass praktisch keine einzige dieser Anregungen aufgegriffen wurde. Im vorliegenden Aufsatz gehe ich aus von Benses Eintrag „semiotischer Filter“: „Der topologische Filterbegriff lässt es zu, von einem ‚feineren Filter‘ F' relativ zu einem ‚gröberen Filter‘ F zu sprechen, wenn $F \subset F'$. In Übertragung auf den semiotischen Filterbegriff über der Menge der möglichen Übereinstimmungsmerkmale eines Icons eines bezeichneten Objekts kann man vom feineren bzw. gröberen iconischen Filter sprechen. Wenn die Filtermenge (der Übereinstimmungsmerkmale) eines Icons $F(Ic)$ in der Filtermenge (der Übereinstimmungsmerkmale) eines Icons $F'(Ic')$ enthalten ist, dann ist $F'(Ic')$ der feinere (iconische) Filter. Wie weit hieraus analog zum topologischen Filterbegriff im Rahmen eines semiotischen Filterbegriffs eine Konvergenztheorie der Icone aufgebaut werden kann, ist noch nicht übersehbar“ (Bense/Walther 1973, S. 30).

2. Wie bereits in Toth (2009) zeigt, setzt der Begriff der semiotischen Übereinstimmungsmerkmale die Integration von Objekten des ontischen Raumes in den semiotischen Raum (Bense 1975, S. 65) voraus, d.h. wir gehen aus von der folgenden tetradisch-trichotomischen Zeichenrelation

$$ZR^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d) \text{ mit } a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}$$

Hier ist also das Referenzobjekt als kategoriales Objekt in die Peircesche Zeichenrelation eingebettet, d.h. es ist zwischen kategorialem Objekt (0.d) und Objektbezug (2.b) zu unterscheiden.

Nun gehen wir über zum abstrakten Schema der erweiterten Zeichenklassen, wie es aus Benses Einführung der Grossen semiotischen Matrix resultiert (Bense 1975, S. 100 ff.):

$$ZR^{*+} = ((3.a \ b.c) \ (2.d \ e.f) \ (1.g \ h.i) \ (0.j \ k.l)) \text{ mit } a, \dots, l \in \{1, 2, 3\},$$

d.h. auch ZR^{*+} ist immer noch triadisch, enthält also als „scaffolding“ immer noch das Peirce Zeichenklassenschema (3.a 2.b 1.c).

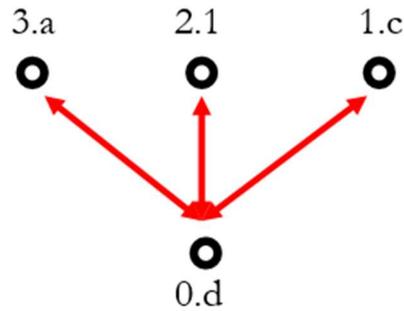
Zur Thematisierung semiotischer Übereinstimmungsmerkmale gibt es im Rahmen der Dyaden-Paare der Grossen Matrix die folgenden 9 Möglichkeiten

$$((2.1) \leftrightarrow (0.1)) \ ((2.1) \leftrightarrow (1.1)) \ ((2.1) \leftrightarrow (3.1))$$

$$((2.1) \leftrightarrow (0.2)) \ ((2.1) \leftrightarrow (1.2)) \ ((2.1) \leftrightarrow (3.2))$$

$$((2.1) \leftrightarrow (0.3)) \ ((2.1) \leftrightarrow (1.3)) \ ((2.1) \leftrightarrow (3.3)),$$

wobei diese 9 Relationen natürlich Partialrelationen vollständiger Zeichenklassen sind, welche den drei rot ausgezeichneten bilateralen Relationen im folgenden Zeichenschema korrespondieren:



Wie man sieht, folgt wegen des inklusiven trichotomischen Ordnungsprinzips

$$(a \leq b \leq c)$$

auf der abstrakten Peirceschen Zeichenrelation

$$(3.a \ 2.b \ 1.c)$$

sogleich, dass

$$a = \{.1\}$$

$$b = \{.1, .2, .3\}$$

ist, d.h. dass die scaffolding-Zeichenklassen über ZR die folgenden 3 sind:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3)$$

und die folgenden 6 über ZR+:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.1)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.2)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.2)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3 \ 0.3)$$

Geht man nun von ZR+ \rightarrow ZR+* über, so muss also mit dem folgenden halb-abstrakten Schema aus semiotischen Variablen und Konstanten anfangen:

$$\text{ZR+*} = ((3.1 \ a.b) \ (2.1 \ c.d) \ (1.e \ f.g) \ (0.h \ i.j))$$

(0.h) (i.j)) ergibt $3 \times 9 = 27$ Möglichkeiten, ((1.e) (f.g)) sogar $9 \times 9 = 81$. Bei den beiden übrigen Partialrelationen ((3.1) (a.b)) und ((2.1) (c.d)) gibt es je 9 Möglichkeiten, zusammen also $9 + 9 + 81 + 27 = 126$ Zeichenklassen und ebenso viele Realitätsthematiken. Diese 126 Dualsysteme stellen also die semiotischen Repräsentationssysteme aller auf der Basis einer Semiotik, in der kategoriale Objekte in das Schema der Zeichenklassen inkorporiert wurde, möglichen Schemata von Übereinstimmungsmerkmalen zwischen kategorialen Objekten und Objektbezügen dar.

Wenn wir nun eine beliebige dieser 126 Zeichenklassen nehmen, z.B.

$$Z_{kl+*} = ((3.1 \ 1.2) (2.1 \ 2.3) (1.3 \ 3.3))$$

und sie in kategoriethoretische Form konvertieren (vgl. Toth 2008, S. 177 ff.)

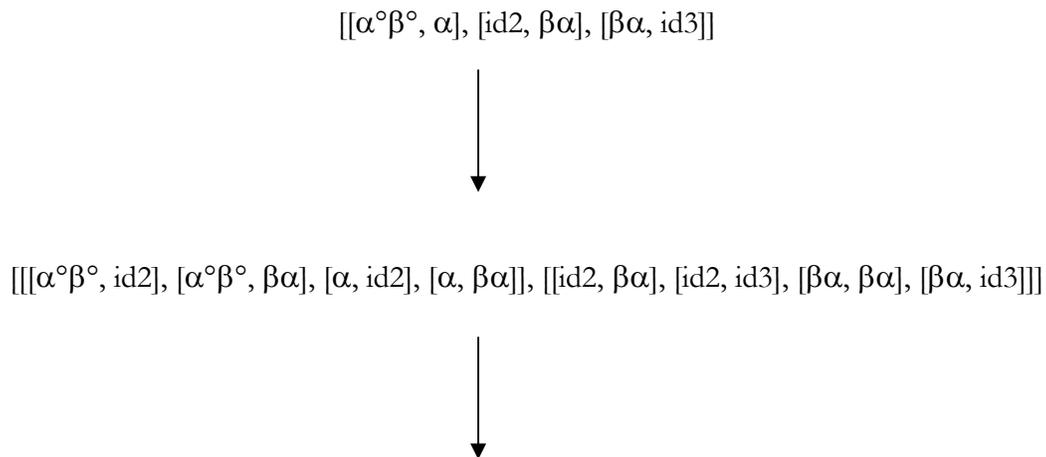
$$Z_{kl+*} = [[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\text{id}_2, \beta\alpha], [\beta\alpha, \text{id}_3]],$$

dann können wir einen semiotisch-iconischen Konvergenzprozess durch iterierte Verschachtelung der für die triadisch-trichotomischen Subzeichenrelationen stehenden Morphismen wie folgt erzeugen:

$$Z_{kl+*(n=2)} = [[[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \beta\alpha]], [[\text{id}_2, \beta\alpha], [\text{id}_2, \text{id}_3], [\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta\alpha, \text{id}_3]]]$$

$$Z_{kl+*(n=3)} = [[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha], [\text{id}_2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\text{id}_2, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}_2], [\beta\alpha, \alpha], [\beta\alpha, \text{id}_2], [\alpha, \alpha], [\alpha, \beta\alpha], [\text{id}_2, \alpha], [\text{id}_2, \beta\alpha]], [[[\text{id}_2, \text{id}_2], [\text{id}_2, \text{id}_3], [\beta\alpha, \text{id}_2], [\beta\alpha, \text{id}_3]], [\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta\alpha, \text{id}_3], [\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta\alpha, \text{id}_3]]],$$

so dass wir also für die ersten 3 Stufen dieses einen von 126 Fällen von iconischer Konvergenz



[[[$\alpha^\circ\beta^\circ$, $\alpha^\circ\beta^\circ$], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, $\beta\alpha$], [id2, $\alpha^\circ\beta^\circ$], [id2, $\beta\alpha$], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, α], [$\alpha^\circ\beta^\circ$, id2], [$\beta\alpha$, α], [$\beta\alpha$, id2], [α , α], [α , $\beta\alpha$], [id2, α], [id2, $\beta\alpha$]], [[id2, id2], [id2, id3], [$\beta\alpha$, id2], [$\beta\alpha$, id3]], [$\beta\alpha$, $\beta\alpha$], [$\beta\alpha$, id3], [$\beta\alpha$, $\beta\alpha$], [$\beta\alpha$, id3]]]



mit der Progression der Anzahl $3 \rightarrow 8 \rightarrow 20 \rightarrow \dots$ erhalten. Zu einer Theorie semiotischer Filter mit Hilfe der mengentheoretischen semiotischen Topologie vgl. auch Toth (2007, S. 101 ff.).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Abstraktion als pragmatische Relation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Kategorien und Bikategorien I

1. Die Hauptproblematik in der kategoriethoretischen Semiotik (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) liegt darin, was man als Objekt und was als Morphismus, d.h. als Abbildung festsetzt. Daraus folgt natürlich, dass es darauf ankommt, was worauf abgebildet ist.

Üblicherweise werden in der kategoriethoretischen Semiotik die Subzeichen als Objekte betrachtet und die Abbildung zwischen den Subzeichen als Morphismen definiert, und zwar geschieht dies meistens so:

$$(1 \rightarrow 1) \equiv \text{id}_1$$

$$(2 \rightarrow 2) \equiv \text{id}_2$$

$$(3 \rightarrow 3) \equiv \text{id}_3$$

$$(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha$$

$$(2 \rightarrow 3) \equiv \beta,$$

woraus man dann die Konversen so definiert:

$$(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^\circ$$

$$(3 \rightarrow 2) \equiv \beta^\circ$$

und die Komponierte sowie ihre Konverse wie folgt:

$$(1 \rightarrow 3) \equiv \beta\alpha$$

$$(3 \rightarrow 1) \equiv \alpha^\circ\beta^\circ$$

Das grosse Problem dabei ist nur, dass die Subzeichen zugleich statischen und dynamischen Charakter haben, d.h. dass die Subzeichen selber zugleich als Semiosen aufgefasst werden können, und zwar so:

$$(1 \rightarrow 1) \equiv (1.1)$$

$$(1 \rightarrow 2) \equiv (1.2)$$

$$(1 \rightarrow 3) \equiv (1.3)$$

...

$$(3 \rightarrow 3) \equiv (3.3),$$

was Bense (1975, S. 92) dazu veranlasst hat, von den beiden Phasen der Stabilität und des Prozesses von Zeichen zu sprechen.

2. Wenn wir also, statt die Subzeichen als Objekte zu betrachten, die Primzeichen, aus denen sie je zu einer dyadischen Relation zusammengesetzt sind, als Objekte nehmen, dann würden die obigen Abbildungen der Definitionen der semiotischen Morphismen bedeuten, dass hier nicht Objekte auf Objekte, sondern Morphismen auf Morphismen abgebildet werden, d.h. die Menge der Subzeichen würde dann nicht eine 1-Kategorie, d.h. eine „gewöhnliche“ Kategorie bilden, sondern eine 2- oder sogar eine Bikategorie (vgl. Bénabou (1967). D.h., wenn wir als Objekt festsetzen:

(.1.), (.2.), (.3.),

dann wären die 1-Morphismen (wie wir sie hier der Einfachheit halber in unüblicher Manier bezeichnen wollen):

(.1.) \rightarrow (.2.) $\equiv \alpha$

(.2.) \rightarrow (.3.) $\equiv \beta$,

die Konversen und Komponierten entsprechend. Dann müssten wir aber die obigen Morphismen nun als 2-Morphismen abbilden. Wir wollen dies der Übersicht halber tun und verwenden für die „neuen“ 2-Morphismen grosse statt kleine griechische und römische Buchstaben:

(.1. \rightarrow .1.) \equiv ID 1

(.2. \rightarrow .2.) \equiv ID2

(.3. \rightarrow .3.) \equiv ID3

(.1. \rightarrow .2.) \equiv A

(.2. \rightarrow .3.) \equiv B,

(.2. \rightarrow .1.) \equiv A $^\circ$

(.3. \rightarrow .2.) \equiv B $^\circ$

(.1. \rightarrow .3.) \equiv BA

(.3. \rightarrow .1.) \equiv A $^\circ$ B $^\circ$.

3. Wie aber können wir die 2-Morphismen mit Hilfe der 1-Morphismen definieren? Dazu genügt es, die beiden fundamentalen 2-Morphismen anzuschauen:

(.1. \rightarrow .2.) \equiv A

(.2. \rightarrow .3.) \equiv B.

Das Problem liegt darin, dass A und B semiotisch nicht eindeutig sind, denn es ergeben sich je zwei Möglichkeiten sowie ihre Kombinationen:

$$\begin{array}{l} \nearrow (.1 \rightarrow .2) \\ (.1. \rightarrow .2.) \equiv A \\ \searrow (1. \rightarrow 2.) \end{array}$$

Kombinationen: $(.1 \rightarrow .2)$, $(.1 \rightarrow 2.)$, $(1. \rightarrow 2.)$, $(1. \rightarrow .2)$

$$\begin{array}{l} \nearrow (.2 \rightarrow .3) \\ (.2. \rightarrow .3.) \equiv B. \\ \searrow (2. \rightarrow 3.) \end{array}$$

Kombinationen: $(.2 \rightarrow .3)$, $(.2 \rightarrow 3.)$, $(2. \rightarrow 3.)$, $(2. \rightarrow .3)$,

d.h. A und B sind also „portemanteau“-Graphien (wie man in der Linguistik sagen würden) für die folgenden 8 verschiedenen 1-Morphismen, die wir z.B. wie folgt definieren können:

$$\begin{array}{ll} (.1 \rightarrow .2) \equiv \alpha_{00} & (.2 \rightarrow .3) \equiv \beta_{00} \\ (.1 \rightarrow 2.) \equiv \alpha_{01} & (.2 \rightarrow 3.) \equiv \beta_{01} \\ (1. \rightarrow 2.) \equiv \alpha_{11} & (2. \rightarrow 3.) \equiv \beta_{11} \\ (1. \rightarrow .2) \equiv \alpha_{10} & (2. \rightarrow .3) \equiv \beta_{10} \end{array}$$

Daraus folgt also, dass jedes der 9 Subzeichen 4 Möglichkeiten der Definition verbirgt – als „portemanteau“-Kategorie. Die Komponierten können daher wie folgt definiert werden:

$$(1.3) = \{(.1 \rightarrow .3), (.1 \rightarrow 3.), (1. \rightarrow .3), (1. \rightarrow 3.)\} = \{\beta\alpha_{00}, \beta\alpha_{01}, \beta\alpha_{11}, \beta\alpha_{10}\},$$

wobei sich hier unter den 4 2-Morphismen streng genommen, da sie ja aus zwei 1-Morphismen mit je 4 Möglichkeiten komponiert sind, für jede der beiden Kompositionsglieder wieder 4 Möglichkeiten ergeben, d.h. $\beta\alpha_{00}$, $\beta\alpha_{01}$, $\beta\alpha_{11}$, $\beta\alpha_{10}$ sind selber Portemanteau-Morphismen, die wir in Analogie zu 2-Kategorien und 2-Morphismen als 2-Portemanteau-Morphismen bezeichnen müssen. Es handelt sich hier natürlich um keine anderen als die bereits definierten zwei Basis-1-Morphismen:

$$\begin{array}{ll} (.1 \rightarrow .2) \equiv \alpha_{00} & (.2 \rightarrow .3) \equiv \beta_{00} \\ (.1 \rightarrow 2.) \equiv \alpha_{01} & (.2 \rightarrow 3.) \equiv \beta_{01} \\ (1. \rightarrow 2.) \equiv \alpha_{11} & (2. \rightarrow 3.) \equiv \beta_{11} \\ (1. \rightarrow .2) \equiv \alpha_{10} & (2. \rightarrow .3) \equiv \beta_{10}, \end{array}$$

d.h. die 2-Portemanteau-Morphismen $\beta\alpha_{00}$, $\beta\alpha_{01}$, $\beta\alpha_{11}$, $\beta\alpha_{10}$ können aus insgesamt $4 \times 4 = 16$ 1-Morphismen komponiert sein, es handelt sich hier also um Komposition der Komposition und damit um 2-Komposition oder Bi-Komposition:

$$\begin{array}{cccc}
 \beta_{00} \circ \alpha_{00} & \beta_{01} \circ \alpha_{00} & \beta_{11} \circ \alpha_{00} & \beta_{10} \circ \alpha_{00} \\
 \beta_{00} \circ \alpha_{01} & \beta_{01} \circ \alpha_{01} & \beta_{11} \circ \alpha_{01} & \beta_{10} \circ \alpha_{01} \\
 \beta_{00} \circ \alpha_{11} & \beta_{01} \circ \alpha_{11} & \beta_{11} \circ \alpha_{11} & \beta_{10} \circ \alpha_{11} \\
 \beta_{00} \circ \alpha_{10} & \beta_{01} \circ \alpha_{10} & \beta_{11} \circ \alpha_{10} & \beta_{10} \circ \alpha_{10}
 \end{array}$$

Für die Konversen Komponierten wird natürlich einfach die „Pfeilrichtung umgekehrt“, wie McLane sich ausdrückte, oder einfach die Ordnung der Kompositionsglieder vertauscht.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I. In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1-77

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Semiotische Kategorien und Bikategorien II

1. Nachdem wir in Toth (2009), d.h. im ersten Teil unserer Untersuchung zu semiotischen Kategorien und Bikategorien, unterschieden haben zwischen Stabilität und Prozess bei semiotischen Kategorien, genauer zwischen dem Doppelcharakter der Subzeichen der semiotischen Matrix als statische Objekte einerseits und als dynamische Morphismen andererseits, wollen wir hier den kategoriethoretischen Aufbau der Zeichenklassen und Realitätsthematik mit Hilfe von 2-Morphismen und 2-Portemanteau-Morphismen darstellen.

2. Statt, wie in der semiotischen Kategoriethorie üblich (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.), die Subzeichen als Objekte semiotischer Kategorien zu nehmen, gehen wir wiederum von den sie konstituierenden Primzeichen aus und definieren die zwei fundamentalen Morphismen:

$$(.1.) \rightarrow (.2.) \equiv \alpha$$

$$(.2.) \rightarrow (.3.) \equiv \beta,$$

Wir haben dann die Konversen

$$(.2.) \rightarrow (.1.) \equiv \alpha^\circ$$

$$(.3.) \rightarrow (.2.) \equiv \beta^\circ,$$

die Komponierte

$$(.1.) \rightarrow (.3.) \equiv \beta\alpha$$

und die Konverse der Komponierten

$$(.3.) \rightarrow (.1.) \equiv \alpha^\circ\beta^\circ$$

3. Damit muss die Abbildung von Subzeichen also nicht mehr wie bisher durch 1-Morphismen, sondern durch 2-Morphismen (bzw. Bi-Morphismen (vgl. Bénabou 1967), in der Semiotik besteht kein Unterschied) geschehen. Bevor wir allerdings semiotische 2-Kategorien definieren können, müssen die obigen 2-Portemanteau-Morphimena aufgelöst werden, denn jede abstrakte 2-Kategorie der Form

$(.A.) \rightarrow (.B.)$ hat vier Möglichkeiten „Auflösungen“, d.h. 1-Morphismen:

1. $(.A \rightarrow .B)$

2. $(.A \rightarrow B.)$

3. $(A. \rightarrow .B)$

4. $(A. \rightarrow B.)$

Wir wollen zu ihrer Unterscheidung wieder die dezimalen Indizes 00, 01, 10 und 11 benutzen, je nachdem, ob triadische Primzeichen auf triadische Primzeichen, trichotomische auf trichotomische oder „gemischt“ abgebildet werden. Wenn wir als arbiträres Symbol für einen abstrakten 1-Morphismus ζ wählen, definieren wir also

$$1. (.A \rightarrow .B) \equiv \zeta_{00}$$

$$2. (.A \rightarrow B.) \equiv \zeta_{01}$$

$$3. (A. \rightarrow .B) \equiv \zeta_{10}$$

$$4. (A. \rightarrow B.) \equiv \zeta_{11}$$

Demnach erhalten wir also für die obigen 1-Portemanteau-Morphismen

$$[(.1.) \rightarrow (.2.) \equiv \alpha] = \{\alpha_{00}, \alpha_{01}, \alpha_{10}, \alpha_{11}\}$$

$$[.2.) \rightarrow (.3.) \equiv \beta] = \{\beta_{00}, \beta_{01}, \beta_{10}, \beta_{11}\},$$

ihre Konversen

$$[(.2.) \rightarrow (.1.) \equiv \alpha^\circ] = \{\alpha_{00}^\circ, \alpha_{01}^\circ, \alpha_{10}^\circ, \alpha_{11}^\circ\}$$

$$[(.3.) \rightarrow (.2.) \equiv \beta^\circ] = \{\beta_{00}^\circ, \beta_{01}^\circ, \beta_{10}^\circ, \beta_{11}^\circ\}$$

die Komponierte

$$\begin{aligned} [(.1.) \rightarrow (.3.) \equiv \beta\alpha] = & \{\beta_{00}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{00}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{00}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{00}^\circ\alpha_{11}^\circ, \\ & \beta_{01}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{11}^\circ, \\ & \beta_{10}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{11}^\circ, \\ & \beta_{11}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{11}^\circ\} \end{aligned}$$

und die Konverse der Komponierten

$$\begin{aligned} [(.3.) \rightarrow (.1.) \equiv \alpha^\circ\beta^\circ] = & \{\beta_{00}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{00}^\circ, \\ & \beta_{00}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{01}^\circ, \\ & \beta_{00}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{10}^\circ, \\ & \beta_{00}^\circ\alpha_{11}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{11}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{11}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{11}^\circ\} \end{aligned}$$

4. Damit sind alle Subzeichen mit den Primzeichen als Objekten und den Abbildungen zwischen ihnen als 1-Morphismen definiert, d.h. alle 2-Morphismen der bisher üblichen Abbildungen zwischen Subzeichen, verstanden als Semiosen, ebenso wie die Portemanteaus sind aufgelöst. Wir können also

daran gehen, die Zeichenklassen kategoriethoretisch neu zu definieren, die bisher z.B. wie folgt pseudo-kategoriethoretisch notiert wurden:

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \equiv (\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}_2, \beta\alpha),$$

wobei eben jedes Subzeichen als Objekt genommen und ihm ein Morphismus zugewiesen wurde. (Auf das Problem der „dynamischen Morphismen“ können wir hier nicht eingehen; vgl. vorläufig Toth 2008, S. 159 ff.).

Aus unseren bisherigen Ergebnissen folgt, dass, da jede Zeichenklasse aus 3 Subzeichen besteht, von denen jedes ein Portemanteau von 4 1-Morphismen ist, jede Zeichenklasse $4 \times 4 \times 4 = 64$ kategoriethoretische Notationen besitzt, allerdings nur, sofern diese Zeichenklasse weder das Rhema (3.1), noch das Legizeichen (1.3) besitzt, d.h. keine komponierten Morphismen enthält, denn diese sind, wie oben gezeigt, Portemanteaus von je 16 1-Morphismen, so dass also eine Zeichenklasse, die entweder (3.1) oder (1.3) enthält, $16 \times 4 \times 4$ bzw. $4 \times 4 \times 16 = 256$ kategoriethoretische Notationen hat, und falls sie sowohl (3.1) als auch (1.3) enthält, hat sie $16 \times 4 \times 16 = 1'024$ kategoriethoretische Schemata. Man kann sich leicht ausrechnen, wie viele tausend von kategoriethoretischen Zeichenklassen es gibt. Wir wollen hier nun gar nicht auf „höhere“ Formen der Abbildungen Objekte Bezug nehmen, d.h. auf Funktoren, natürliche Transformation verschiedener Stufe, denn man kann sofort sehen, dass sich aus dem simplen Wechsel von den Subzeichen zu den Primzeichen als Objekten eine geradezu astronomische Erhöhung des kategoriethoretischen Instruments der Peirceschen Semiotik ergibt.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I. In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1-77

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Übersicht über semiotische n-Kategorien

1. Gemäss einem dem Mathematiker Dan Freed zugeschriebenen Witz ist die n-Kategorien-Zahl die grösste Zahl n, die ein Mathematiker eine halbe Stunde lang mit Denken an n-Kategorien zubringen kann, ohne Kopfschmerzen zu bekommen (Baez 2007). In Toth (2009a, b) hatten wir bereits einige Studien zu semiotischen 2- und Bikategorien vorgelegt:

Wenn man, statt von Subzeichen auszugehen, die Primzeichen (.1.), (.2.), (.3.) als Objekte semiotischer Kategorien und die Abbildungen zwischen ihnen als Morphismen definiert:

$$(.1.) \rightarrow (.2.) \equiv \alpha$$

$$(.2.) \rightarrow (.3.) \equiv \beta,$$

dann haben die Konversen

$$(.2.) \rightarrow (.1.) \equiv \alpha^\circ$$

$$(.3.) \rightarrow (.2.) \equiv \beta^\circ,$$

und die Komponierten

$$(.1.) \rightarrow (.3.) \equiv \beta\alpha$$

$$(.3.) \rightarrow (.1.) \equiv \alpha^\circ\beta^\circ.$$

2. Die Abbildungen zwischen Subzeichen, die in der bisherigen semiotischen Kategorietheorie als Objekte genommen wurden (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.), sind dann als 2-Morphismen zu bestimmen, wobei jedes Subzeichen sich als „Portemanteau“-2-Morphismus erweist und 4 Möglichkeiten der Abbildung hat:

1. $(.A \rightarrow .B)$

2. $(.A \rightarrow B.)$

3. $(A. \rightarrow .B)$

4. $(A. \rightarrow B.)$

Wenn wir dezimale Indizes (00, 01, 10 und 11) benutzen, um zu unterscheiden, ob triadische Primzeichen auf triadische, auf trichotomische abgebildet werden, oder ob „gemischt“ abgebildet wird, bekommen wir (Toth 2009b):

1. $(.A \rightarrow .B) \equiv \zeta_{00}$

2. $(.A \rightarrow B.) \equiv \zeta_{01}$

$$3. (A. \rightarrow .B) \equiv \zeta_{10}$$

$$4. (A. \rightarrow B.) \equiv \zeta_{11}$$

Damit haben wir für die basalen Morphismen

$$[(.1.) \rightarrow (.2.) \equiv \alpha] = \{\alpha_{00}, \alpha_{01}, \alpha_{10}, \alpha_{11}\}$$

$$[.2.) \rightarrow (.3.) \equiv \beta] = \{\beta_{00}, \beta_{01}, \beta_{10}, \beta_{11}\},$$

für ihre Konversen

$$[(.2.) \rightarrow (.1.) \equiv \alpha^\circ] = \{\alpha_{00}^\circ, \alpha_{01}^\circ, \alpha_{10}^\circ, \alpha_{11}^\circ\}$$

$$[(.3.) \rightarrow (.2.) \equiv \beta^\circ] = \{\beta_{00}^\circ, \beta_{01}^\circ, \beta_{10}^\circ, \beta_{11}^\circ\},$$

sowie für die Komponierten

$$\begin{aligned} [(.1.) \rightarrow (.3.) \equiv \beta\alpha] = & \{\beta_{00}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{00}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{00}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{00}^\circ\alpha_{11}^\circ, \\ & \beta_{01}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{11}^\circ, \\ & \beta_{10}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{11}^\circ, \\ & \beta_{11}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{11}^\circ\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [(.3.) \rightarrow (.1.) \equiv \alpha^\circ\beta^\circ] = & \{\beta_{00}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{00}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{00}^\circ, \\ & \beta_{00}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{01}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{01}^\circ, \\ & \beta_{00}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{10}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{10}^\circ, \\ & \beta_{00}^\circ\alpha_{11}^\circ, \beta_{01}^\circ\alpha_{11}^\circ, \beta_{10}^\circ\alpha_{11}^\circ, \beta_{11}^\circ\alpha_{11}^\circ\} \end{aligned}$$

3. Neben den 1-Morphismen α und β mit den Primzeichen als Objekten für semiotische 1-Kategorien haben wir also bereits die 2-Morphismen A und B mit den Subzeichen als Objekten für semiotische 2-Kategorien bekommen. So können wir, soweit es semiotisch sinnvoll ist, aufsteigen (und dabei unsere eigene n-Kategorien-Zahl prüfen). Da die grössten bisher als sinnvoll herausgestellten semiotischen Objekte die Trichotomischen Triaden sind (vgl. Toth 1997), können wir die semiotischen Kategorien in der folgenden Tabelle darstellen:

$$\text{Cat}_{\text{Sem1}}: \Omega = \{.1., .2., .3.\}$$

$$\mathcal{F} = \{\alpha, \beta\}$$

$$\text{Cat}_{\text{Sem2}}: \Omega = \{(1.1), (1.2), (1.3), \dots, (3.3)\}$$

$$\mathcal{F} = \{A, B\}$$

$$\text{Cat}_{\text{Sem}3}: \Omega = \{((1.1) (1.1)), ((1.1) (1.2)), ((1.1) (1.3)), \dots, ((3.3) (3.3))\}$$

$$\mathcal{F} = \{\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}\}$$

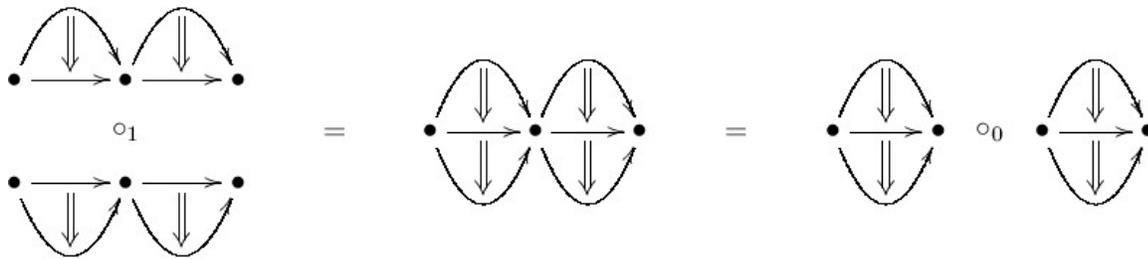
$$\text{Cat}_{\text{Sem}4}: \Omega = \{(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), \dots, (3.3 2.3 1.3)\}$$

$$\mathcal{F} = \{\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}\}$$

$$\text{Cat}_{\text{Sem}5}: \Omega = \{\{(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3)\}, \dots\}$$

$$\mathcal{F} = \{\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}\} \text{ (zur Bildung Trichotomischer Triaden vgl. Toth (2006))}$$

Somit sind die von den Abbildungen von Primzeichen zu Subzeichen abweichenden übrigen Abbildungen höherer semiotischer Kategorien zu untersuchen. Bereits bei 2-Kategorien gibt es bekannt „horizontale“ und „vertikale“ Abbildungen:



In Toth (2009a, b) wurden bereits die bei semiotischen 1-Kategorien nicht aufscheinenden „Portemanteaus“ behandelt, d.h. die Tatsache, dass ein als Prozess (Semiose) aufgefasstes Subzeichen nicht eine, sondern 4 verschiedene Abbildungen hat (s. o.). Eine einfache Rechnung erlaubt es festzustellen, dass wir bereits bei semiotischen 2-Kategorien 4 Abbildungen bei nicht komponierten Morphismen sowie 8 bei den komponierten (d.h. den Subzeichen (3.1) und (1.3)) haben. Bei den 3-Kategorien sind es demnach $16/64$, bei den 4-Kategorien $196/64^2$, und bei den 5-Kategorien (Funktoeren zwischen Zeichenklassen/Realitätsthematiken und Trichotomischen Triaden) sind es $196^2/64^4$.

Bibliographie

Baez, John, This weeks's finds in Mathematical Physics (Week 255). <http://math.ucr.edu/home/baez/week255.html> (2007)

Leinster, Tom, Higher Operads, higher Categories. Cambridge, U.K. 2004

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Verdünnung und Poly-Affinität. Zu einer Semiotik des Fragmentarischen. Tucson, AZ, 2006

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische n-Morphismen

1. n-Morphismen sind in gewisser Weise vergleichbar mit Funktionen von mehreren Variablen. In bisherigen Arbeiten zur mathematischen Semiotik hatten wir gesehen, dass wir die folgenden kategoriellen Abbildungstypen unterscheiden können:

1.1. $X \rightarrow \{Y\}$

1.2. $\{Y\} \rightarrow X$

1.3. $X \rightarrow \{Y\}$.

1.4. $\{Y\} \rightarrow X$

wobei $X, Y \in$ semiotische Kategorien und $X \rightarrow Y \in$ ontologische Kategorien. In anderen Worten können also sowohl semiotische als auch ontologische Kategorien auf Mengen semiotischer als auch ontologischer Kategorien abgebildet werden und umgekehrt. (Dass auch semiotische Kategorien auf ontologische und umgekehrt abgebildet werden können, spielt für die vorliegende Arbeit keine Rolle.)

2. Aus Gründen der Übersichtlichkeit beschränken wir uns im Folgenden auf den Typus 1.2. Sei $X = \{.1., .2., .3.\}$ die Menge der Primzeichen (vgl. Bense 1980), dann haben wir

2.1. 3-Morphismen:

$$T^3 := \{(1.1), (1.2), (1.3), \dots, (3.3)\} \rightarrow \{.1., .2., .3.\}$$

T^3 ist dann die Menge aller Tripel $\{(1.1.1), (1.2.1), (1.3.1), \dots, (1.3.3)\}$.

2.2. 2/3-Morphismen:

$$T^{2/3} := \{((1.1), (1.1)), ((1.1), (1.2)), \dots, ((3.3), (3.3))\} \rightarrow \{.1., .2., .3.\}$$

$T^{2/3}$ ist dann die Menge aller Paare von Tripeln $\{((1.1.1), (1.1.1)), ((1.1.1), (1.1.2)), ((1.1.2), (1.1.2)), ((1.1.2), (1.1.2)), \dots, ((3.3.3), (3.3.3))\}$

2.3. 9/3/3-Morphismen:

$$T^{9/3/3} := \{(3.1\ 2.1\ 1.1), (3.1\ 2.1\ 1.2), (3.1\ 2.1\ 1.3), \dots, (3.3\ 2.3\ 1.3)\} \rightarrow \{.1., .2., .3.\}$$

$T^{9/3/3}$ ist dann die Menge aller 9-Tupel von Tripel von Tripeln $\{(3.1.1\ 2.1.1\ 1.1.1), (1.3.1\ 1.2.1\ 1.1.1), (3.1.1\ 2.1.1\ 1.1.2), (3.1.1\ 1.2.1\ 1.2.1), (3.1.1\ 1.2.1\ 2.1.1), (3.1.1\ 1.1.2\ 1.1.2), \dots, (3.2.1\ 2.1.1\ 1.1.2), \dots, (3.3.3\ 2.3.3\ 1.3.3)\}$

Höhere n-Morphismen betreffen etwa die Abbildung von Trichotomischen Triaden (vgl. Walther 1981) auf Primzeichen.

3. In einem nächsten Schritt kann man kombinierte Abbildungen vornehmen, dass wir haben von den folgenden möglichen Abbildungen die durchgestrichenen bereits behandelt. (PZ = Primzeichen, SZ = Subzeichen, SZP = Subzeichenpaare, Zkln/Rthn = Zeichenklassen/Realitätsthematiken, TrTr = Trichotomische Triaden.)

PZ → SZ

PZ → SZP SZ → SZP

PZ → Zkln/Rthn SZ → Zkln/Rthn SZP → Zkln/Rthn

PZ → TrTr SZ → TrTr SZP → TrTr

Zkln/Rthn → TrTr

4. Sei wiederum (vgl. Toth 2009a, b)

$\alpha := (.1.) \rightarrow (.2.)$

$\beta := (.2.) \rightarrow (.3.),$

seien ferner

$A, B := (\alpha/\beta) \rightarrow (\alpha/\beta)$

$\underline{A}, \underline{B} := (A, B) \rightarrow (A, B)$

$\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}} := (\underline{A}, \underline{B}) \rightarrow (\underline{A}, \underline{B})$

$\underline{\underline{\underline{A}}}, \underline{\underline{\underline{B}}} := (\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}) \rightarrow (\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}),$ usw.,

dann haben wir für die Abbildungen 2.1. bis 2.3.:

2.1. $T^3 := \{(1.1), (1.2), (1.3), \dots, (3.3)\} \rightarrow \{.1., .2., .3.\}$

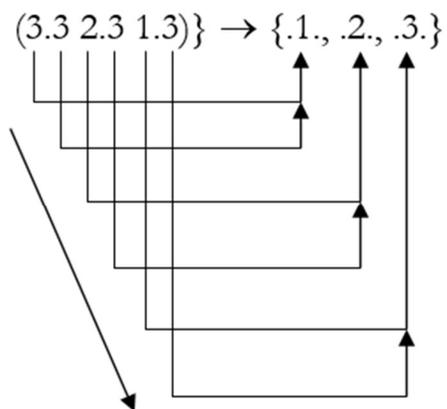
$T^5 := \{[\alpha, \alpha, \alpha], [\alpha, \alpha, \beta], [\alpha, \alpha, \beta\alpha], \dots, [\text{id3}, \text{id3}, \text{id3}]\}$

2.2. $T^{2/3} := \{((1.1), (1.1)), ((1.1), (1.2)), \dots, ((3.3), (3.3))\} \rightarrow \{.1., .2., .3.\}$

$T^{2/3} := \{[\alpha, \alpha, \alpha, \alpha], [\alpha, \alpha, \beta, \alpha], [\alpha, \beta, \alpha, \alpha], [\beta, \alpha, \alpha, \alpha], [\alpha, \alpha, \beta, \beta], \dots,$
 $[\text{id3}, \text{id3}, \text{id3}, \text{id3}]\}$

2.3. $T^{9/3/3} := \{[[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id1}], [\text{id2}, \text{id1}], [\text{id1}, \text{id1}]], [[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id1}], [\text{id2}, \text{id1}], [\text{id1}, \alpha]], [[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id1}], [\text{id2}, \text{id1}],$
 $[\text{id1}, \beta\alpha]], \dots, [[\text{id3}, \beta\alpha], [\beta, \beta\alpha], [\beta\alpha, \beta\alpha]],$

d.h. bei 2.3. fungiert die „verschachtelte“ Kategorisierung wie folgt (vgl. Toth 2008, S. 159 ff):



nämlich in Einstimmung mit der Definition der triadischen ZR als „verschachtelter“ Relation, so zwar, dass die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Relation enthalten sind, vgl. Bense (1979, S. 53, 67).

Bibliographie

- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: *Ars Semeiotica* III/3, 1980, S. 287-294
- Toth, Alfred, *Semiotische Strukturen und Prozesse*. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, *Semiotische Kategorien und Bikategorien I*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009a
- Toth, Alfred, *Semiotische Kategorien und Bikategorien II*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009b
- Walther, Elisabeth, Walther, Elisabeth, Vorläufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: *Semiosis* 21, 1981, S. 29-40

Die Abbildungen zwischen Präsentamen und Repräsentamen

Es gibt wohl stets nur eine wechselseitige Begründung (oder „Erhellung“) theoretischer Sachverhalte, zu deren Intention eine Art von theoretischem Gleichgewicht zwischen Präsentamen und Repräsentamen gehört, das als „symbolische Hypotypose“ (im Sinne der Kantischen „Urteilkraft“, § 59) heuristisch zu verstehen ist.

Max Bense (1981, S. 124)

1. In Toth (2009) wurde gezeigt, dass die in der Theoretischen Semiotik bisher praktizierte Abbildung von Subzeichen auf Subzeichen, Zeichenklassen/Realitätsthematiken usw. Bikategorien voraussetzt, die zuvor nie in die Semiotik eingeführt worden waren (vgl. Bénabou 1967). Der Grund liegt natürlich darin, dass die gemäss dieser Konzeption statisch behandelten Subzeichen in Wahrheit selbst Semiosen, d.h. Abbildungen, und somit Morphismen sind. D.h. (1.1) kann als $(1 \rightarrow 1)$, (1.2) als $(1 \rightarrow 2)$, usw. aufgefasst werden. Es wurde also vorgeschlagen, statt von den Subzeichen von den Primzeichen (Bense 1980) auszugehen und streng zu unterscheiden, ob 1-, 2-, 3- ... n-Kategorien und ihnen korrespondierende Morphismen bei semiotischen Abbildungen Verwendung finden. Zunächst also wiederholen wir die beiden fundamentalen semiotischen 1-Morphismen:

$$\alpha := (1 \rightarrow 2)$$

$$\beta := (2 \rightarrow 3)$$

Der Rest ist wie in der rein mathematischen Kategorietheorie, d.h. die Inversen sind

$$\alpha^\circ = (1 \rightarrow 2)^\circ = (2 \rightarrow 1)$$

$$\beta^\circ = (3 \rightarrow 2)^\circ = (2 \rightarrow 3),$$

und die Komponierten

$$\beta\alpha = (2 \rightarrow 3) \circ (1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 3)$$

$$\alpha^\circ\beta^\circ = (2 \rightarrow 1) \circ (3 \rightarrow 2) = (3 \rightarrow 1).$$

α und β sind also 1-Morphismen, d.h. sie bilden Primzeichen auf Subzeichen ab. Als Bezeichnungen für die Abbildung von Subzeichen Dyaden-Paare wurden A und B , als Bezeichnungen für die Abbildung von Dyaden-Paaren auf Zkln/Rthn \underline{A} und \underline{B} , usw. vorgeschlagen. In Hinsicht auf „horizontale“ vs. „vertikale“ (sowie evtl. weitere Formen von) Abbildungen ist in der Semiotik noch viel Arbeit zu leisten; vgl. Leinster (2004) für die mathematischen Grundlagen.

2. Besondere Probleme stellen sich nun aber

1. bei den Abbildungen von ontologischen Kategorien uns sich, und

2. bei den Abbildungen von ontologischen Kategorien auf semiotische sowie umgekehrt.

Aus technischen Gründen gehen wir in dieser Arbeit vom 2. Problem aus. Die Abbildung einer ontologischen Kategorie auf eine semiotische Kategorie kann als Semiose bestimmt werden, da hier der von Bense (1967, S. 9) vermerkte Übergang von einem Objekt zu einem Metaobjekt vorliegt. Nun ist nach Bense (1973, S. 71) jedes Objekt, sofern es sich auf eine Zeichenrelation $ZR = (M, O, I)$ bezieht, ein „triadisches Objekt“. Darunter fallen also in Sonderheit die drei ontologischen Kategorien der sogenannten Objektrelation

$$OR = (m, \Omega, \mathcal{J}).$$

Danach gibt es also nicht nur eine, sondern drei Haupttypen von Semiosen, worunter wir nun genauer die Transformationen ontologischer in semiotische Kategorien verstehen (wobei die semiotischen Kategorien üblicherweise Fundamentalkategorien genannt werden):

$$\begin{array}{ll} m \rightarrow M & \text{bzw. } 1 \rightarrow 1 \\ \Omega \rightarrow O & \text{bzw. } 2 \rightarrow 2 \\ \mathcal{J} \rightarrow I & \text{bzw. } 3 \rightarrow 3. \end{array}$$

Mit allen Nebentypen von Abbildungen bekommen wir also folgende Übersicht:

$$\begin{array}{ll} 1 \rightarrow 1 := \sigma_{id1} & 2 \rightarrow 2 := \sigma_{id2} \\ 2 \rightarrow 1 := \sigma_{\alpha^{\circ}} & 3 \rightarrow 2 := \sigma_{\beta^{\circ}} \\ 3 \rightarrow 1 := \sigma_{\alpha^{\circ}\beta^{\circ}} & 3 \rightarrow 3 := \sigma_{id3} \end{array}$$

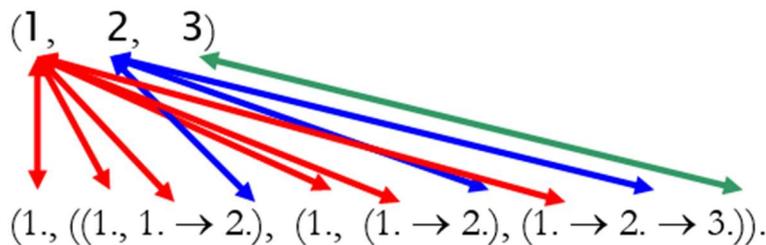
Die inversen Morphismen liegen somit bei den in einer monokontexturalen Semiotik fraglichen Umkehrung der Metaobjektivierung vor, d.h. bei der Abbildung von semiotischen auf ontologische Kategorien. Bereits in Bense (1952, S. 79) findet sich der ausserordentliche Satz: „Was verschwindet, verschwindet in Kategorien“¹ – und wenn Bense fortfährt: „die als solche Zeichen des Nichtseienden sind. Die klassische Seinsthematik des Seienden vermag ergänzt zu werden durch eine klassische Nichtsthematik des Nichtseienden“, dann hat Bense bereits lange vor seinen semiotischen Schriften eine polykontexturale Semiotik im Sinne – und tatsächlich findet sich im Anmerkungsteil (1952, S. 115, Anm. 72) unter dem Stichwort „meontisch“ ein Verweis auf einen Brief von Gotthard Günther an Bense vom 25.10.1950. Auch spezifisch für die Umkehrung der Semiose im Sinne der Unmöglichkeit der Restitution der qualitativen Verlust, die beim Metaobjektivationsvorgang von einem Objekt in ein Zeichen verloren gegangen sind, findet sich eine klare Aussage bei Bense (1952,

¹Das dürfte einer der tiefsten Sätze der Weltgeschichte sein.

S. 80): „Das Seiende tritt als Zeichen auf und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität“. Formal sieht das so aus:

$$\begin{array}{ll} 1 \rightarrow \mathbf{1} := \sigma^{\circ}_{\text{id}1} & 2 \rightarrow \mathbf{2} := \sigma^{\circ}_{\text{id}2} \\ 1 \rightarrow \mathbf{2} := \sigma^{\circ}_{\alpha} & 2 \rightarrow \mathbf{3} := \sigma^{\circ}_{\beta} \\ 1 \rightarrow \mathbf{3} := \sigma^{\circ}_{\beta\alpha} & 3 \rightarrow \mathbf{3} := \sigma^{\circ}_{\text{id}3} \end{array}$$

3. Neben diesen 1-Morphismen gibt es nun aber noch mindestens einen 2-Morphismus sowie einen 3-Morphismus, denn in Toth (2009) wurde gezeigt, dass die nicht-verschachtelten Relationen von OR = $(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$ wie folgt auf die verschachtelten Relationen von ZR = (M, O, I) (vgl. Bense 1979, S. 53, 67) abgebildet werden können:



Wir müssen somit mindestens noch die folgenden semiotischen Morphismen definieren:

$$1 := \aleph \rightarrow (1 \rightarrow 2) \text{ (2-Morphismus)}$$

$$1 := \beth \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \text{ (3-Morphismus)}$$

ferner die „gemischten“, d.h. semiotisch-ontologischen bzw. ontologisch-semiotischen Morphismen

$$\begin{array}{ll} 1 \rightarrow \aleph & 1 \rightarrow \beth \\ 2 \rightarrow \aleph & 2 \rightarrow \beth \\ 3 \rightarrow \aleph & 3 \rightarrow \beth \end{array}$$

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories I. In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1-77

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Leinster, Tom, Higher Operads, Higher Categories. Cambridge, U.K. 2004

Toth, Alfred, Ordinale und kardinale Semiotik I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zeichenklassen, definiert über austauschbaren Domänen und Codomänen

1. Die definitorische Eigenschaft von Kategorien, dass man zwei Morphismen bei gleicher Domäne/Codomäne bzw. umgekehrt komponieren kann, wurde in der Semiotik von Walther (1979, S. 79) genutzt, um triadische Zeichenrelationen aus dyadischen Partialrelationen, nämlich den sogenannten Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktionen, zu konkatenieren. Dieses Verfahren Walthers, genau und nur die 10 vorab definierten Peirceschen Zeichenklassen zu bekommen, funktioniert allerdings nur dann, wenn bereits den Partialrelationen eine verkürzte Form der semiotischen Inklusionsordnung aufgeprägt wird. Abstrakt notiert, sieht das wie folgt aus:

$$(1.a \rightarrow 2.b) \circ (2.b \rightarrow 3.c) \Rightarrow (1.a \rightarrow 2.b \rightarrow 3.c),$$

mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$ und $b \leq a$ sowie $c \leq b$,

denn sonst bekäme man $3^3 = 27$ Kombinationen, ebenso viele also, wie wenn man alle Zeichenklassen der Form $(3.a \ 2.b \ 1.c)$ bildete.

2. Die Frage ist nur, ob Walthers Methode wirklich korrekt ist. Monokontextual gesehen ist sie korrekt, doch seit Kaehr (2008) sollte man sich vielleicht Gedanken machen, dass zwischen jedem Paar von Objekten 8 Morphismen möglich sind: \Leftrightarrow

$$1. (A \rightarrow B) \qquad 5. (A \rightleftarrows B)$$

$$2. (A \leftarrow B) \qquad 6. (A \Leftrightarrow B)$$

$$3. (B \rightarrow A) \qquad 7. (B \rightleftarrows A)$$

$$4. (B \leftarrow A) \qquad 8. (B \Leftrightarrow A)$$

Wenn nun für alle $A = (a.b)$ und $B = (c.d)$ jeweils alle 9 Subzeichen der semiotischen Matrix stehen können, sind also 8 mal $81 = 648$ Kombinationen möglich, vorausgesetzt natürlich, wir pflanzen nicht schon zum voraus eine arbiträre Ordnung auf. Unter Berücksichtigung der zur Konkatenation nötigen gemeinsamen Domänen/Codomänen ergeben sich also 2 mal 324 triadische Relationen.

3. Wir wollen, ausgehend von Toth (2009), uns einmal die Morphismen anschauen, unter der Voraussetzung allerdings, dass $A, B \in \{1, 2, 3\}$, d.h. dass Primzeichen und nicht Subzeichen abgebildet werden, d.h. semiotische 1-Kategorien vorliegen. Sei $A = 1$ und $B = 2$:

$$1. (1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow} \qquad 5. (1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$$

$$2. (1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow} \qquad 6. (1 \Leftrightarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$$

$$3. (2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \qquad 7. (2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$$

$$4. (2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \qquad 8. (2 \Leftrightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$$

Ausgehend von der Bezeichnung α des semiotischen Morphismus ($1 \rightarrow 2$) und der Operation \circ für den „inversen“ Morphismus ($2 \rightarrow 1$), ergeben sich bei dieser Darstellungsweise, welche zugleich die Domänen und Codomänen austauscht, 8 Möglichkeiten, die das Kombinationspotential ausschöpfen. Da in der Semiotik 2 Morphismen, α und β , unterschieden werden, haben wir somit 16 Basismorphismen mit ihren Inversen zusammen, mit denen man 36 Komponente bilden kann, von denen in der klassischen Semiotik nur $(1 \rightarrow 3) \equiv \beta\alpha$ und $(3 \rightarrow 1) \equiv \alpha\circ\beta\circ$ vorhanden sind. Allein die Tatsache, dass somit bereits in der klassischen Semiotik $\alpha\beta$ und $\beta\circ\alpha\circ$ fehlen, sollte zu denken geben.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf>

(2008)

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

n-Kategorien über austauschbaren Domänen und Codomänen

1. In Toth (2009d) hatten wir gezeigt, dass man, wenn man Domänen und Codomänen von 1-Objekten austauscht, 8 verschiedene Morphismen erhält:

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| 1. $(A \rightarrow B)$ | 5. $(A \rightleftarrows B)$ |
| 2. $(A \leftarrow B)$ | 6. $(A \leftrightarrows B)$ |
| 3. $(B \rightarrow A)$ | 7. $(B \rightleftarrows A)$ |
| 4. $(B \leftarrow A)$ | 8. $(B \leftrightarrows A)$ |

Wenn man als Objekte die von Bense (1980) eingeführten Primzeichen setzt, dann erhält man z.B. für $A = 1$ und $B = 2$:

- | | |
|---|---|
| 1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$ | 5. $(1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow}$ |
| 2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$ | 6. $(1 \leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow}$ |
| 3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$ | 7. $(2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \alpha^{\circ\leftarrow}$ |
| 4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$ | 8. $(2 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow}$ |

Die Menge der Primzeichen $PZ = (.1., .2., .3.)$ bilden also zusammen mit den Abbildungen und Kompositionen eine semiotische 1-Kategorie (vgl. Toth 2009a, b, c).

2. Nun kann man in einem nächsten Schritt die Primzeichen auf Subzeichen, d.h. auf Relationen der Form $(a.b)$ mit $a \in \{1., 2., 3.\}$ und $b \in \{.1., .2., .3.\}$, was nichts anderes ist als die Menge der kartesischen Produkte einer 3×3 -Matrix, abbilden. Allgemein haben wir dann

- | | |
|--|--|
| 1. $(A \rightarrow (AB)) \equiv \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$ | 9. $(A \rightleftarrows (AB)) \equiv \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$ |
| 2. $(B \rightarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ | 10. $(B \rightleftarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ |
| 3. $(A \leftarrow (AB)) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$ | 11. $(A \leftrightarrows (AB)) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$ |
| 4. $(B \leftarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ | 12. $(B \leftrightarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ |
| 5. $((AB) \rightarrow A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ | 13. $((AB) \rightleftarrows A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ |
| 6. $((AB) \rightarrow B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ | 14. $((AB) \rightleftarrows B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ |
| 7. $((AB) \leftarrow A) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow}$ | 15. $((AB) \leftrightarrows A) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\circ\rightarrow}$ |
| 8. $((AB) \leftarrow B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ | 16. $((AB) \leftrightarrows B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ |

Der Vorteil dieses kategorialen Verfahrens ist, dass Subzeichen immer als kartesische Produkte ihrer Primzeichen behandelt werden und dass damit die Paradoxien der „klassischen“ semiotischen Kategoriethorie von Bense, Leopold usw. eliminiert werden können. Für diese galt nämlich z.B. (vgl. z.B. Leopold 1990)

$$(.2) \rightarrow (.3) \equiv \beta$$

$$(1.2) \rightarrow (1.3) \equiv \beta,$$

d.h. Subzeichen wurden nicht von Primzeichen unterschieden. Streng genommen verunmöglicht es dieses Verfahrens also, z.B. die Morphismen zwischen

$$(1.2) \rightarrow (2.3)$$

zu bestimmen. Das Verfahren

$$(1.2) \rightarrow (2.3) = [(1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 3)], [(2 \rightarrow 2), (2 \rightarrow 3)] = [(\alpha, \beta\alpha), (\text{id}_2, \beta)]$$

wurde erst in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführt. Ferner war es im „klassischen“ System unmöglich, zwischen Objekten und Morphismen streng zu unterscheiden, und dies ist ja gerade in der Semiotik wichtig, wo ein Subzeichen einerseits eine statische Entität, andererseits eine dynamische Semiose darstellt. Ein Subzeichen wie (2.3) ist aber nach Bense immer durch den Morphismus β zu beschreiben.

3. So kann man nun weiterfahren und nach 1-Kategorien und 2-Kategorien auch höhere semiotischen Kategorien bilden, z.B.

$$1\text{-Kat.: } \{(PZ \rightarrow PZ), (SZ \rightarrow SZ), (ZKL/RTH \rightarrow ZKL/RTH), \dots\}$$

$$2\text{-Kat.: } \{(PZ \rightarrow SZ), (PZ \rightarrow ZKL/RTH), (PZ \rightarrow \text{Trich. Tr.})\}$$

$$3\text{-Kat.: } \{(SZ \rightarrow ZKL/RTH), (SZ \rightarrow \text{Tr. Tr.})\}$$

$$4\text{-Kat.: } \{(ZKL/RTH \rightarrow \text{Tr. Tr.})\}$$

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: *Ars Semeiotica* 3/3, 1980, S. 287-294

Leopold, Cornelia, Kategoriethoretische Konzeption der Semiotik. In: *Semiosis* 57/58, 1990, S. 93-100

Toth, Alfred, *Semiotische Strukturen und Prozesse*. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, *Semiotische Kategorien und Bikategorien I*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Übersicht über semiotische n-Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Zeichenklassen, definiert über austauschbaren Domänen und Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Die Bildung von Zeichenklassen über variablen Domänen und Codomänen

1. In Toth (2009a) hatten wir gezeigt, dass man bei variablen Domänen und Codomänen von Objekten semiotischer Kategorien 8 semiotische 1-Morphismen bekommt:

- | | |
|------------------------|-----------------------------|
| 1. $(A \rightarrow B)$ | 5. $(A \rightleftarrows B)$ |
| 2. $(A \leftarrow B)$ | 6. $(A \leftrightarrows B)$ |
| 3. $(B \rightarrow A)$ | 7. $(B \rightleftarrows A)$ |
| 4. $(B \leftarrow A)$ | 8. $(B \leftrightarrows A)$ |

2. Da in der Semiotik die beiden folgenden Morphismen als grundlegend eingeführt sind (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$$\alpha \equiv (1 \rightarrow 2)$$

$$\beta \equiv (2 \rightarrow 3)$$

und die Inversen

$$\alpha^\circ = (2 \rightarrow 1)$$

$$\beta^\circ = (3 \rightarrow 2),$$

die Komponierte sowie die Inverse der Komponierten

$$\beta\alpha = (1 \rightarrow 3)$$

$$\alpha^\circ\beta^\circ = (3 \rightarrow 1)$$

standardmässig definiert sind, benötigen wir bei variablen Domänen/Codomänen lediglich als weitere Zeichen einer nach rechts oder nach links weisenden Pfeil. Wenn in der obigen Tabelle der 8 möglichen 1-Morphismen $A = 1$ und $B = 2$ setzen, haben wir

- | | |
|---|--|
| 1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^\rightarrow$ | 5. $(1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^\rightarrow\alpha^\leftarrow$ |
| 2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^\leftarrow$ | 6. $(1 \leftrightarrows 2) \equiv \alpha^\leftarrow\alpha^\rightarrow$ |
| 3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$ | 7. $(2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$ |
| 4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$ | 8. $(2 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$ |

Wenn wir $A = 1$ und $B = 3$ setzen, bekommen wir

- | | |
|---|--|
| 1. $(1 \rightarrow 3) \equiv \beta\alpha^\rightarrow$ | 5. $(1 \rightleftarrows 3) \equiv \beta\alpha^\rightarrow\beta\alpha^\leftarrow$ |
|---|--|

$$2. (1 \leftarrow 3) \equiv \beta\alpha^{\leftarrow} \quad 6. (1 \rightleftharpoons 3) \equiv \beta\alpha^{\leftarrow}\beta\alpha^{\rightarrow}$$

$$3. (3 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ\rightarrow} \quad 7. (3 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ}\beta^{\circ\leftarrow}$$

$$4. (3 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ\leftarrow} \quad 8. (3 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ}\beta^{\circ\rightarrow}$$

Was wir jetzt noch benötigen, um alle kartesischen Produkte der kleinen semiotischen Matrix durch semiotische Objekte und ihre 1-Morphismen erschöpfend darzustellen, ist $A = 2$ und $B = 3$

$$1. (2 \rightarrow 3) \equiv \beta^{\rightarrow} \quad 5. (2 \rightleftarrows 3) \equiv \beta^{\rightarrow}\beta^{\leftarrow}$$

$$2. (2 \leftarrow 3) \equiv \beta^{\leftarrow} \quad 6. (2 \rightleftharpoons 3) \equiv \beta^{\leftarrow}\beta^{\rightarrow}$$

$$3. (3 \rightarrow 2) \equiv \beta^{\circ\rightarrow} \quad 7. (3 \rightleftarrows 2) \equiv \beta^{\circ\rightarrow}\beta^{\circ\leftarrow}$$

$$4. (3 \leftarrow 2) \equiv \beta^{\circ\leftarrow} \quad 8. (3 \rightleftharpoons 2) \equiv \beta^{\circ\leftarrow}\beta^{\circ\rightarrow}$$

3. Zeichenklassen können wir nun ohne Gefahr von Paradoxien (vgl. Toth 2009b), die durch v.a. durch Nichtunterscheidung der Subzeichen als statische Entitäten einerseits und als dynamische Semiosen andererseits entstehen, wie folgt konstruiert werden: Man nehme eine Zeichenklasse und substituiere ihre drei Subzeichen durch die entsprechenden Morphismen. Wie man sieht, hat man dafür für jedes Subzeichen die Wahl zwischen 4 Möglichkeiten, z.B.

$$(2.3) = \{((2 \rightarrow 3) \equiv \beta^{\rightarrow}), ((2 \leftarrow 3) \equiv \beta^{\leftarrow}), ((2 \rightleftarrows 3) \equiv \beta^{\rightarrow}\beta^{\leftarrow}), ((2 \rightleftharpoons 3) \equiv \beta^{\leftarrow}\beta^{\rightarrow})\}.$$

Da diese Wahl für jedes Subzeichen gilt, kann man also fortan eine einzige Zeichenklasse auf $4^3 = 64$ Arten darstellen. Das ergibt ein Total von 640 Zeichenklassen und 640 Realitätsthematiken, also zusammen 1280 Dualsystemen, und das nur schon, wenn man sich, wie hier praktiziert, auf semiotische 1-Kategorien beschränkt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Zeichenklassen, definiert über austauschbaren Domänen und Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, n-Kategorien über austauschbaren Domänen und Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Monkontexturale und polykontexturale Umgebungen und Situationen

1. Rudolf Kaehr hat einen Diamanten als ein Zeichen mit Umgebung definiert. Da Diamanten nicht ausserhalb von Textemen sinnvoll sinnvoll, bringe ich hier die drei Definitionen aus Kaehr (2009a, S. 10):

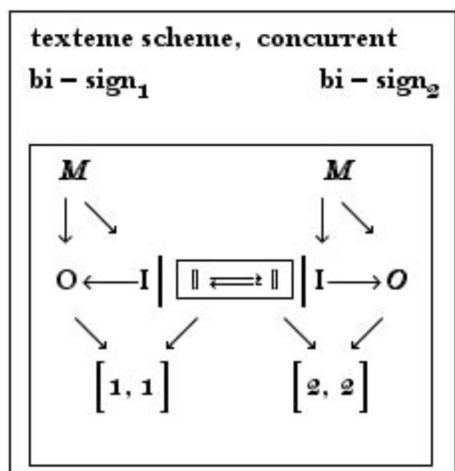
texteme :

diamond = (sign + environment)

bi-sign = (diamond + 2 - anchor)

texteme = (composed bi-signs + chiasm).

Ein Textem lässt sich dann darstellen als zwei Bi-Zeichen, die durch ihre Umgebungen komponiert sind (Kaehr 2009, S. 10):



Die Zeichenkonzeption, die hier vorausgesetzt ist, ist die Peircesche triadische Zeichenrelation zuzüglich einer kontextuellen Indizierung, die Kaehr (2008) für eine 4-kontextuelle triadisch-trichotomische Semiotik mittels der folgenden Matrix gegeben hatte

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Obwohl also ternäre Indizes, wie man sofort erkennt, nur bei genuinen Subzeichen (identitiven Morphismen) aufscheinen, ist es so, dass die Indexzahl $l = 3$ das Maximum von Kontexturen angibt, die ein Subzeichen in einer 4-kontexturalen Semiotik haben kann. Deswegen kann man als abstrakte Form einer kontextu-rierter Peirceschen Zeichenklasse festsetzen:

$$\text{Zkl}^* = ((3.a)_{\alpha\beta\gamma} (2.b)_{\delta\varepsilon\zeta} 1.c_{\eta\theta\iota})$$

die Umgebungen der Zeichen (welche diese in Diamanten verwandeln) sind also hier durch griechische Minuskeln angegeben, wobei es „homogene“ und „heterogene“ Kompositionen gibt, d.h. solche, die über ein n -Tupel von gleich-kategorialen oder ungleich-kategorialen Umgebungen zustande kommen (Kaehr 2009b, S. 13 f.).

2. Auch wenn nun nicht bei allen Subzeichen alle drei Indizes-Variablen besetzt sind, bedeutet dies für die semiotische Darstellung, dass polykontextural-semiotische Strukturen folgende Zeichenumgebungen haben:

2.1. 6 Permutationen einer Zeichenklasse/Realitätsthematik

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \quad \times(3.a \ 2.b \ 1.c) = (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$(3.a \ 1.c \ 2.b) \quad \times(3.a \ 1.c \ 2.b) = (b.2 \ c.1 \ a.3)$$

$$(2.b \ 3.a \ 1.c) \quad \times(2.b \ 3.a \ 1.c) = (c.1 \ a.3 \ b.2)$$

$$(2.b \ 1.c \ 3.a) \quad \times(2.b \ 1.c \ 3.a) = (a.3 \ c.1 \ b.2)$$

$$(1.c \ 3.a \ 2.b) \quad \times(1.c \ 3.a \ 2.b) = (b.2 \ a.3 \ c.1)$$

$$(1.c \ 2.b \ 3.a) \quad \times(1.c \ 2.b \ 3.a) = (a.3 \ b.2 \ c.1)$$

2.2. 216 Permutationen der Indizes einer Zeichenklasse/Realitätsthematik

$$(\alpha, \beta, \gamma) \quad (\delta, \varepsilon, \zeta) \quad (\eta, \theta, \iota)$$

$$(\alpha, \gamma, \beta) \quad (\delta, \zeta, \varepsilon) \quad (\eta, \iota, \theta)$$

$$(\beta, \alpha, \gamma) \quad (\varepsilon, \delta, \zeta) \quad (\theta, \eta, \iota)$$

$$(\beta, \gamma, \alpha) \quad (\varepsilon, \zeta, \delta) \quad (\theta, \iota, \eta)$$

(γ, α, β) $(\zeta, \delta, \varepsilon)$ (ι, η, θ)

(γ, β, α) $(\zeta, \varepsilon, \delta)$ (ι, θ, η)

2.3. 36 mal 216 = 7776 Permutationen von indizierten Zeichenklassen/Realitätsthematiken.

3. Soviel also zu polykontexturalen Umgebungen Peircescher Zeichenrelationen. Was monokontexturale Umgebungen betrifft, so wurden sie in Toth (2009) wie folgt definiert:

3.1. Umgebungszeichen/Zeichenumgebungen von Objekten

$UZ_{Ob} = (\langle \mathcal{J}, M \rangle, \langle \Omega, O \rangle, \langle \mathcal{M}, I \rangle)$

$ZU_{Ob} = (\langle M, \mathcal{J} \rangle, \langle O, \Omega \rangle, \langle I, \mathcal{M} \rangle)$

3.2. Umgebungszeichen/Zeichenumgebungen von Zeichen

$UZ_{Ze} = (\langle I, M \rangle, \langle O, O \rangle, \langle M, I \rangle)$

$ZU_{Ze} = (\langle M, I \rangle, \langle O, O \rangle, \langle I, M \rangle)$

Wenn man also die Umgebungen von Zeichen in der abstrakten Form von Zeichenklassen notiert, die wir oben benutzt haben, ergeben sich zwei triadische Relationen, deren Relata Paare von Subzeichen sind, deren eines determiniert wird (unterstrichen) und deren zweites determiniert:

$UZ_{Ze} = (\langle \underline{3.a} \rangle, (1.c) \rangle, \langle \underline{2.b} \rangle, (2.b) \rangle, \langle \underline{1.c} \rangle, (3.a) \rangle)$

$ZU_{Ze} = (\langle \underline{1.c} \rangle, (3.a) \rangle, \langle \underline{2.b} \rangle, (2.b) \rangle, \langle \underline{3.a} \rangle, (1.c) \rangle)$

In anderen Formen: Die determinierenden Subzeichen bilden hier also die monokontexturalen zeichenhaften Umgebungen. Diese sind jedoch – genauso wie die determinierten Subzeichen – sozusagen monokontexturale Schnitte innerhalb des disseminierten polykontexturalen semiotischen Universums. Dies bedeutet, dass uns nichts daran hindert, hier sogar zwei polykontexturale Umgebungen pro Subzeichen-Paar einzuführen. Die entsprechenden allgemeinen Strukturen sehen dann wie folgt aus:

$UZ_{Ze} = (<(\underline{3.a})_{\alpha\beta\gamma}, (1.c)_{\delta\epsilon\zeta}>, <(\underline{2.b})_{\eta\theta\iota}, (2.b)_{\kappa\lambda\mu}>, <(\underline{1.c})_{\nu\xi\omicron}, (3.a)_{\pi\rho\sigma}>)$

$ZU_{Ze} = (<(\underline{1.c})_{\alpha\beta\gamma}, (3.a)_{\delta\epsilon\zeta}>, <(\underline{2.b})_{\eta\theta\iota}, (2.b)_{\kappa\lambda\mu}>, <(\underline{3.a})_{\nu\xi\omicron}, (1.c)_{\pi\rho\sigma}>)$

Es ist klar, dass es hier einige zehntausende von Kombinationen gibt, wobei wir hier ja nur die zeichenhaften Umgebungen von Zeichen und nicht die drei weiteren Kombinationen zwischen Objekten und Zeichen berücksichtigt haben. Man erkennt also, dass der Begriff „semiotische Umgebung“ in keiner Weise trivial ist, sondern in gewisser Weise fundamentaler und komplexer als der Zeichenbegriff selbst. Man mag hierin einen Hinweis darauf finden, dass Bense (1983, S. 156) den Zeichenbegriff als Differential oder Differenz aus einem Paar von Situationen bestimmt hatte – und andererseits den Begriff der Situation als Differential oder Differenz aus einem Paar von Umgebungen (ap. Walther 1979, S. 130).

Bibliographie

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics,

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Kaehr, Rudolf, Diamond Text theory.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf> (2008a)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's Textemes. [http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-](http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf)

[textemes/Xanadu-textemes.pdf](http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf) (2009b)

Toth, Alfred, Semiotische Situationstheorie II In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien

1. In einem gewissen Sinne könnte man sagen, die Kategoriethorie eliminiere die Objektvorstellung der Mengentheorie und ersetze sie durch die Abbildungen zwischen ihnen. Man stelle sich vor: Zwei Liebende, A und B, es besteht also eine Relation zwischen ihnen. Wie wäre es, wenn man diese Relation einfach zwischen den beiden herausheben und von ihnen (weitgehend) unabhängig machen könnte? Seriöser steht es bei MacLane: „Da eine Kategorie aus Pfeilen besteht, liesse sich unser Thema auch als Behandlung des Problemles auffassen, wie man ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen kann“ (1972, S. iii).

2. Da die semiotische Kategoriethorie auf der Basis der Peirceschen Zeichenrelation

$$ZR = (M, O, I)$$

und also ohne Nullzeichen eingeführt wurde, gibt es in der entsprechenden kategorialen semiotischen Matrix weder indizierte noch nicht-indizierte Leerkategorien (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \text{---} & \alpha & \beta\alpha & id_1 \\ \text{---} & id_2 & \beta & \alpha^\circ \\ \text{---} & \beta^\circ & id_3 & \alpha^\circ\beta^\circ \end{array} \right)$$

3. Demgegenüber basiert die semiotische Spurentheorie (vgl. Toth 2009a und zahlreiche Nachfolgearbeiten) auf der durch das Nullzeichen erweiterten Peirceschen Zeichenrelation

$$ZR^* = (\emptyset, M, O, I),$$

es gibt in der entsprechenden Spurenmatrix Abbildungen von und nach indizierten Nullzeichen:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \emptyset_M & M_O & M_I & M_M \\ \emptyset_O & O_O & O_I & O_M \\ \emptyset_I & I_O & I_I & I_M \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccc|c} M_\emptyset & O_\emptyset & I_\emptyset & \\ \hline M_O & O_O & I_O & \\ M_I & O_I & I_I & \\ M_M & O_M & I_M & \end{array} \right)^T$$

Mit T ist wie übliche die Transponierte der 4×3 -Matrix bezeichnet. Es gelten also die folgenden Dualisationsbeziehungen

$$\times(\emptyset_M) = M_\emptyset$$

$$\times(\emptyset_O) = O_\emptyset$$

$$\times(\emptyset_I) = I_\emptyset$$

4. Kategorien werden aus Objekten und den Abbildungen zwischen ihnen wie folgt definiert (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$$\begin{array}{lcl} 1 \rightarrow 2 & \equiv & \alpha \\ 2 \rightarrow 1 & \equiv & \alpha^\circ \\ 2 \rightarrow 3 & \equiv & \beta \end{array} \quad \parallel \quad \begin{array}{lcl} 3 \rightarrow 2 & \equiv & \beta^\circ \\ 1 \rightarrow 3 & \equiv & \beta\alpha \\ 3 \rightarrow 1 & \equiv & \alpha^\circ\beta^\circ \end{array} \quad \parallel \quad \begin{array}{lcl} 1 \rightarrow 1 & \equiv & \text{id}_1 \\ 2 \rightarrow 2 & \equiv & \text{id}_2 \\ 3 \rightarrow 3 & \equiv & \text{id}_3 \end{array}$$

Dabei werden also nur 2 Basisabbildungen, α und β , benötigt, die restlichen sind Kompositen, Konversen und die üblichen Identitäten.

5. Spuren können aus Kategorien auf zweierlei Weise gewonnen werden. Erstens durch die in Toth (2009a) eingeführte Spurenschreibweise X_Y , worin X die Domäne eines Morphismus und Y die Spur der Codomäne des Morphismus angibt. Auf diese Weise ist es möglich, zwischen richtigen (z.B. M_O) und falschen Spuren (z.B. M_M, M_I) zu unterscheiden. Zweitens kann man das bereits in Toth (2008) eingeführte Substanz-Eliminierungsverfahren verwenden, eine Notation, die neben den drei Pfeilen $\rightarrow, \leftarrow, \downarrow$ nur die drei semiotischen Kategoriensymbole 1, 2, 3 verwendet. Die nachstehende Tabelle gibt beide Verfahren:

Kategorien \rightarrow Spuren:

$$\begin{array}{lcl}
 \text{---} & \emptyset_M \equiv & \emptyset \rightarrow \\
 \text{id1} \equiv & M_M \equiv & 1 \downarrow \\
 \alpha \equiv & M_O \equiv & \leftarrow 1 \rightarrow \\
 \beta\alpha \equiv & M_I \equiv & \leftarrow 1
 \end{array}
 \parallel
 \begin{array}{lcl}
 \text{---} & \emptyset_O \equiv & \rightarrow \emptyset \leftarrow \\
 \alpha^\circ \equiv & O_M \equiv & 2 \rightarrow \\
 \text{id2} \equiv & O_O \equiv & 2 \downarrow \\
 \beta \equiv & O_I \equiv & \leftarrow 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{---} & \emptyset_I \equiv & \emptyset \leftarrow \\
 \alpha^\circ \beta^\circ \equiv & I_M \equiv & 3 \rightarrow \\
 \beta^\circ \equiv & I_O \equiv & \leftarrow 3 \rightarrow \\
 \text{id3} \equiv & I_I \equiv & 3 \downarrow
 \end{array}$$

Durch Fettdruck werden die hier neu dazukommenden Null-Abbildungen gekennzeichnet.

6. Im ersten Fall werden also aus den semiotischen Objekten reine Abbildungen gewonnen, das ist der Bereich der semiotischen Kategoriethorie. Im zweiten Fall hingegen werden aus den semiotischen Kategorien auf zwei verschiedenen Wegen Spuren gewonnen; Spuren sind, grob gesagt, **gerichtete Objekte**. Dieser Begriff stammt ursprünglich aus der Architekturtheorie (vgl. Toth 2009b) und wird hiermit neu in die Mathematik eingeführt. Somit gilt, dass die mathematischen Begriffe Kategorie und gerichtetes Objekt in gewissem Sinne kontradiktorisch, in gewissem Sinne aber komplementär sind. Weitere Studien werden folgen.

Bibliographie

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Die Auslöschung der semiotischen Substanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Kategoriale Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Ist der ontische Raum mit Hilfe der Semiotik erreichbar?

1. Bei Bense liest man: „Denkt man sich übrigens diese relationalen Gebilde, die wir Zeichen nennen, in ihrer möglichen Gesamtheit wieder als semiotischen Raum konzipiert, so können wir je nach der Relationszahl des diesen semiotischen Raum bestimmenden Zeichens nicht nur von einem relationalen Zeichenraum, sondern von einer relationalen semiotischen Struktur sprechen. Der Raum mit der 0-relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwase O° , über denen der $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird“ (Bense 1975, S. 65).

2. Aus Gründen, die in diesem Aufsatz klar werden, hatte ich die von Bense hier zusätzlich zu den drei Peirceschen Kategorien Erst-, Zweit- und Drittheit eingeführte Kategorie der Nullheit bzw. den Raum, in welchem die dergestalt zu einer tetradischen erweiterten Peirceschen Zeichenrelation

$$ZR_+ = (M, O, I, \emptyset)$$

fungiert, als präsemiotisch bezeichnet und also vom reinen „ontischen Raum aller verfügbaren Etwase“ unterscheiden (vgl. Toth 2008).

2. Nun hatten wir in Toth (2009a) das Nullzeichen eingeführt, und zwar nicht wie Bense durch eine weitere Tieferlegung der Peirceschen Fundamente, sondern allein legitimiert durch die Tatsache, dass man wie aus allen Mengen, so auch aus der Menge der Primzeichen

$$ZR = (M, O, I)$$

die Potenzmenge bilden kann und damit erhält

$$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{O, I\}, \{M, I\}, \{M, O, I\}, \emptyset\}.$$

Im Unterschied zu ZR sind also in $\mathbb{P}ZR$ die Fundamentalkategorien, die semiotischen Funktion und die triadische Zeichenrelation selbst als Mengen eingeführt, hinzukommt als neues Element das leere Zeichen oder Nullzeichen, ohne das keine mathematische Semiotik möglich ist und, da wie gezeigt, sich zwangslos und ohne rationale Einschränkungen aus dem simplen Mengenbegriff ergibt. Wenn ZR eine Ordnungsrelation darstellt, muss ZR eine Menge sein, d.h. ist sie nicht als Menge einföhrbar, gibt es keine Ordnungsrelation. Damit würdie die ganze Peircesche Semiotik auf einen Schlag zusammenbrechen.

Mit Hilfe des \emptyset -Zeichens erweitert sich daher auch die semiotische Matrix. Wir bekommen

$$\left(\begin{array}{c} \boxed{\emptyset_M} \\ \emptyset_O \\ \emptyset_I \end{array} \begin{array}{ccc} M_O & M_I & M_M \\ O_O & O_I & O_M \\ I_O & I_I & I_M \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccc} \boxed{M_\emptyset} & O_\emptyset & I_\emptyset \\ M_O & O_O & I_O \\ M_I & O_I & I_I \\ M_M & O_M & I_M \end{array} \right)^T$$

d.h. es gibt also nicht nur ein Nullzeichen, sondern drei \emptyset -Zeichen mit Spuren für die drei Triaden oder semiotischen Hauptbezüge. In der transponierten Matrix erscheinen die drei Nullzeichen jedoch als Abbildungen dieser Hauptbezüge auf die Spuren des nicht-indizierten, also selbst spurenfreien Nullzeichens, da man offenbar nicht Spuren auf Spuren abbilden kann.

3. In Toth (2009b) war nun gezeigt worden, dass man allein mit Hilfe der drei Pfeile $\downarrow, \rightarrow, \leftarrow$ sowie der drei semiotischen Kategoriensymbole eine substanzfreie Matrix erhält und dass semiotische Morphismen und Spuren bijektiv auf dieses System abgebildet werden kann:

Kategorien \rightarrow Spuren:

$$\begin{array}{lcl}
 \text{---} & \emptyset_M \equiv & \emptyset \rightarrow \\
 \text{id1} \equiv & M_M \equiv & 1 \downarrow \\
 \alpha \equiv & M_O \equiv & \leftarrow 1 \rightarrow \\
 \beta\alpha \equiv & M_I \equiv & \leftarrow 1
 \end{array}
 \quad \parallel \quad
 \begin{array}{lcl}
 \text{---} & \emptyset_O \equiv & \rightarrow \emptyset \leftarrow \\
 \alpha^\circ \equiv & O_M \equiv & 2 \rightarrow \\
 \text{id2} \equiv & O_O \equiv & 2 \downarrow \\
 \beta \equiv & O_I \equiv & \leftarrow 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{---} & \emptyset_I \equiv & \emptyset \leftarrow \\
 \alpha^\circ\beta^\circ \equiv & I_M \equiv & 3 \rightarrow \\
 \beta^\circ \equiv & I_O \equiv & \leftarrow 3 \rightarrow \\
 \text{id3} \equiv & I_I \equiv & 3 \downarrow
 \end{array}$$

Wir haben somit

$$\begin{array}{lcl}
 \emptyset_M \equiv & \emptyset \rightarrow & \\
 \emptyset_O \equiv & \rightarrow \emptyset \leftarrow & \\
 \emptyset_I \equiv & \emptyset \leftarrow & \\
 M_{\emptyset} \equiv & \leftarrow \emptyset & \\
 O_{\emptyset} \equiv & \leftarrow \emptyset \rightarrow & \\
 I_{\emptyset} \equiv & \rightarrow \emptyset &
 \end{array}
 \quad \parallel$$

Bei den Nullzeichen haben wir also Abbildungen von Null weg (“Zentrifugale”), zu Null hin (“Zentripetale”) sowie Strukturen, die man als zentrifugale bzw. zentripetale “Sandwiches” bezeichnen könnte und die aus der Strukturtheorie tetradischer und höherer Semiotik wohlbekannt sind (vgl. Toth 2006, S. 216 ff.). Interpretieren kann man diese Sachverhalte so:

$\emptyset_M \equiv \emptyset \rightarrow$: Bewegung vom Nichts weg

$\emptyset_I \equiv \emptyset \leftarrow$: Bewegung (von vorn) zum Nichts hin

$M_{\emptyset} \equiv \leftarrow \emptyset$: **Bewegung hinter das Nichts**

$I_{\emptyset} \equiv \rightarrow \emptyset$: **Bewegung (von hinten) zum Nichts**

$\emptyset_0 \equiv \rightarrow\emptyset\leftarrow$: Bewegung (von vorn und von hinten) zum Nichts

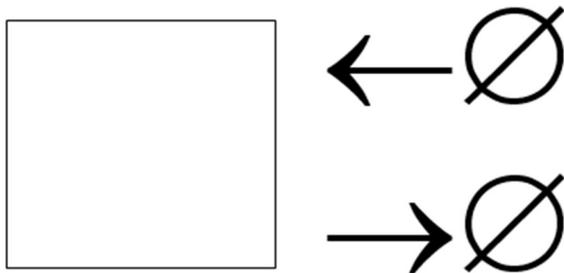
$0_{\emptyset} \equiv \leftarrow\emptyset\rightarrow$: Bewegung (von beiden Seiten) vo Nichts weg

4. Wegen der in der obigen Darstellung fett ausgezeichneten Abbildungen, v.a.

$M_{\emptyset} \equiv \leftarrow\emptyset$: Bewegung hinter das Nichts

$l_{\emptyset} \equiv \rightarrow\emptyset$: Bewegung (von hinten) zum Nichts

folgt also, dass es noch einen weiteren Raum hinter dem präsemiotischen Raum der \emptyset -Struktur geben muss. Da wir den Benseschen „ontischen“ Raum als „präsemiotisch“ bezeichnet hatten und da eine vollständige Semiotik vom Objekt zum Zeichen, d.h. vom ontischen (über den präsemiotischen) bis zum semiotischen Raum führt, scheint es mir richtig, für die Stuktur



den Begriff „ontisch“ zu verwenden: Er enthält alle Objekte, bevor sie durch Präselektion auf „disponible Kategorien“ abgebildet werden (vgl. Bense 1975, S. 44, 45 f.). Wir können die Menge dieser Objekte in der obigen Box, die keine black box ist, wie folgt unterteilen:

$\{\Omega\}$ = Menge aller qualitativen Objekte

$\{\mathcal{U}\}$ = Menge aller quantitativen Objekte

$\{\mathcal{R}\}$ = Menge aller relationalen Objekte

Die „white box“ enthält also die Objekte dieser Welt, d.h. des ontischen Raums, wie wir sie wahrnehmen. Durch Wahrnehmung werden sich aber bereits „gefiltert“, bevor im präsemiotischen Raum eine weitere „Filterung durch subjektive Variable“

stattfindet (Joedicke 1985, S. 10), d.h. der ontische Raum trägt seinen Namen zurecht, er ist also kein Raum „apriorischer“ Objekte, die keinerlei Präzeichen-Spuren tragen, da von unserer Erfahrung und damit auch Wahrnehmung völlig unabhängig. Daraus folgt natürlich im Prinzip, dass sich hinter der white box noch der Raum der apriorischen Objekte befindet, der also den Zustand dieser Welt vor und unabhängig von unseren Sinnen wiedergibt. Da es sich hier aber um eine black box handelt, lassen wir sie auf sich beruhen. Immerhin haben wir gezeigt, dass der ontische Raum tatsächlich mit Hilfe der Semiotik, und das heisst: innersemiotisch, erreichbar ist.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Grundlegung der mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl.
ebda 2008

Toth, Alfred, Semiotics und Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics,
2009a

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic
Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Zur spurenthoretischen Begründung der semiotischen Basistheorie

1. Die Semiotik kann mit Hilfe des Begriffs der Zahl, der Menge und der Kategorie begründet werden (vgl. Toth 2006, S. 11 ff.), also ganz genau wie alle übrigen Gebiete der Mathematik. Basierend auf den bisher veröffentlichten Arbeiten (vgl. z.B. Toth 2009a, b), sollen hier die spurenthoretischen Grundlagen der Semiotik zusammengefasst und ergänzt werden.

2. Spuren können entweder direkt aus den semiotischen Objekten, d.h. den Subzeichen, oder den sie substituierenden kategoriethoretischen Morphismen abgeleitet werden. Der Grund liegt in der von Bense immer wieder hervorgehobenen Doppelnatur der Subzeichen, einerseits statische „Momente“, andererseits aber dynamische „Semiosen“ zu sein (vgl. z.B. Bense 1975, S. 92). Der Unterschied zwischen semiotischen Kategorien und Spuren liegt allerdings, wie bereits öfters hervorgehoben, darin, dass Spuren wegen ihrer gerichteten Codomänen „gerichtete Objekte“ sind, während Kategorien „gerichtete Abbildungen“, d.h. „Pfeile“ sind.

$$(1.1) = \text{id}_1 \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 1}$$

$$(1.2) = \alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 2}$$

$$(1.3) = \beta\alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 3}$$

$$(2.1) = \alpha^\circ \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 2}$$

$$(2.2) = \text{id}_2 \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 2}$$

$$(2.3) = \beta \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 3}$$

$$(3.1) = \alpha^\circ\beta^\circ \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 3}$$

$$(3.2) = \beta^\circ \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 2} = 2_{\leftarrow 3}$$

$$(3.3) = \text{id}_3 \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 3}$$

Mit Hilfe dieser Entsprechungen können wir sog. Spurenmatrizen aufstellen:

$$\left(\begin{array}{cccc} \emptyset \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_2 & 1 \rightarrow_3 \\ \emptyset \rightarrow_2 & 1 \leftarrow_2 & \boxed{2 \rightarrow_2} & \boxed{2 \rightarrow_3} \\ \emptyset \rightarrow_3 & 1 \rightarrow_3 & \boxed{2 \leftarrow_3} & \boxed{3 \rightarrow_3} \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccc} 1 \rightarrow \emptyset & 2 \rightarrow \emptyset & 3 \rightarrow \emptyset \\ 1 \rightarrow_1 & 2 \rightarrow_1 & 3 \rightarrow_1 \\ 1 \rightarrow_2 & 2 \rightarrow_2 & 3 \rightarrow_2 \\ 1 \rightarrow_3 & 2 \rightarrow_3 & 3 \rightarrow_3 \end{array} \right)$$

3. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \times (1.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_1) \times (1 \rightarrow_1 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2) \times (2.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 2 \rightarrow_2 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.3 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 3.3) \rightarrow (3 \rightarrow_3 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 3 \rightarrow_3)$$

4. Interessanter sieht die Verteilung von Domänen- und Codomänen-Werten bei den 6 Permutationen je Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik aus, vgl. z.B.

$$(1 \leftarrow_3 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_2) \times (1 \rightarrow_2 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(1 \leftarrow_2 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_2)$$

$(1_{\leftarrow 2} 1_{\rightarrow 3} 1_{\leftarrow 3}) \times (1_{\rightarrow 3} 1_{\leftarrow 3} 1_{\rightarrow 2})$

$(1_{\rightarrow 3} 1_{\leftarrow 3} 1_{\leftarrow 2}) \times (1_{\rightarrow 2} 1_{\rightarrow 3} 1_{\leftarrow 3})$

$(1_{\rightarrow 3} 1_{\leftarrow 2} 1_{\leftarrow 3}) \times (1_{\rightarrow 3} 1_{\rightarrow 2} 1_{\leftarrow 3})$

Zu den semiotischen Diamanten vgl. Toth (2008, S. 177 ff.).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Ein kategorietheoretisch-spurentheoretisches Semiosemodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

n-Spuren über austauschbaren Domänen und Codomänen

1. In Toth (2009a) hatten wir gezeigt, dass man, wenn man Domänen und Codomänen von 1-Objekten austauscht, 8 verschiedene Morphismen erhält:

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| 1. $(A \rightarrow B)$ | 5. $(A \rightleftarrows B)$ |
| 2. $(A \leftarrow B)$ | 6. $(A \rightrightarrows B)$ |
| 3. $(B \rightarrow A)$ | 7. $(B \rightleftarrows A)$ |
| 4. $(B \leftarrow A)$ | 8. $(B \rightrightarrows A)$ |

Da man Morphismen in Spuren übersetzen kann (Toth 2009e), haben wir

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| 1. $(A \rightarrow B)$ | 5. $(A \rightleftarrows B)$ |
| 2. $(A \leftarrow B)$ | 6. $(A \rightrightarrows B)$ |
| 3. $(B \rightarrow A)$ | 7. $(B \rightleftarrows A)$ |
| 4. $(B \leftarrow A)$ | 8. $(B \rightrightarrows A)$ |

Wir haben also z.B. für das Subzeichen (2.3)

- | | |
|--|--|
| 1. $(2 \rightarrow 3)$ | 9. $(2 \rightleftarrows 3)$ |
| 2. $(2 \leftarrow 3)$ | 10. $(2 \rightrightarrows 3)$ |
| 3. $(3 \rightarrow 2)$ | 11. $(3 \rightleftarrows 2)$ |
| 4. $(3 \leftarrow 2)$ | 12. $(3 \rightrightarrows 2)$ |
| 5. $\times(2 \rightarrow 3) = (3 \rightarrow 2)$ | 13. $\times(2 \rightleftarrows 3) = (3 \rightrightarrows 2)$ |
| 6. $\times(2 \leftarrow 3) = (3 \leftarrow 2)$ | 14. $\times(2 \rightrightarrows 3) = (3 \rightleftarrows 2)$ |
| 7. $\times(3 \rightarrow 2) = (2 \rightarrow 3)$ | 15. $\times(3 \rightleftarrows 2) = (2 \rightrightarrows 3)$ |

$$8. \times(3 \leftarrow 2) = (2 \leftarrow 3) \quad 16. \times(3 \rightleftharpoons 2) = (2 \rightleftharpoons 3)$$

Wenn man als Objekte die von Bense (1980) eingeführten Primzeichen setzt, dann erhält man z.B. für $A = 1$ und $B = 2$:

1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$	9. $\times(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$	10. $\times(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$	11. $\times(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$	12. $\times(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
5. $(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$	13. $\times(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
6. $(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$	14. $\times(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
7. $(2 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$	15. $\times(2 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
8. $(2 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$	16. $\times(2 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$

Die Menge der Primzeichen $PZ = (.1., .2., .3.)$ bilden also zusammen mit den Abbildungen und Kompositionen eine semiotische 1-Kategorie (vgl. Toth 2009a-d). Zum Nachweis, dass PZ auch eine semiotische 1-Spur bildet, genüge die folgende Tabelle:

1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$	9. $\times(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$
2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$	10. $\times(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$
3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$	11. $\times(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}$
4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$	12. $\times(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}$
5. $(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$	13. $\times(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
6. $(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$	14. $\times(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$
7. $(2 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$	15. $\times(2 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
8. $(2 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$	16. $\times(2 \rightleftharpoons 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$

2. Nun kann man in einem nächsten Schritt die Primzeichen auf Subzeichen, d.h. auf Relationen der Form (a.b) mit $a \in \{1., 2., 3.\}$ und $b \in \{.1, .2, .3\}$, was nichts anderes ist als die Menge der kartesischen Produkte einer 3×3 -Matrix, abbilden. Allgemein haben wir dann in der Form von Kategorien

- | | |
|---|--|
| 1. $(A \rightarrow (AB)) \equiv \text{id}\alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$ | 9. $(A \rightleftarrows (AB)) \equiv \text{id}\alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$ |
| 2. $(B \rightarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ | 10. $(B \rightleftarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ |
| 3. $(A \leftarrow (AB)) \equiv \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$ | 11. $(A \rightleftarrows (AB)) \equiv \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id}\alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$ |
| 4. $(B \leftarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ | 12. $(B \rightleftarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ |
| 5. $((AB) \rightarrow A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ | 13. $((AB) \rightleftarrows A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ |
| 6. $((AB) \rightarrow B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ | 14. $((AB) \rightleftarrows B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ |
| 7. $((AB) \leftarrow A) \equiv \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow}$ | 15. $((AB) \rightleftarrows A) \equiv \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\alpha^{\rightarrow} \alpha^{\circ\rightarrow}$ |
| 8. $((AB) \leftarrow B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ | 16. $((AB) \rightleftarrows B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ |

Der Vorteil dieses kategorialen Verfahrens ist, dass Subzeichen immer als kartesische Produkte ihrer Primzeichen behandelt werden und dass damit die Paradoxien der „klassischen“ semiotischen Kategorietheorie von Bense, Leopold usw. eliminiert werden können. Für diese galt nämlich z.B. (vgl. z.B. Leopold 1990)

$$(.2) \rightarrow (.3) \equiv \beta$$

$$(1.2) \rightarrow (1.3) \equiv \beta,$$

d.h. Subzeichen wurden nicht von Primzeichen unterschieden. Streng genommen verunmöglicht es dieses Verfahrens also, z.B. die Morphismen zwischen

$$(1.2) \rightarrow (2.3)$$

zu bestimmen. Das Verfahren

$$(1.2) \rightarrow (2.3) = [[(1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 3)], [(2 \rightarrow 2), (2 \rightarrow 3)]] = [(\alpha, \beta\alpha), (\text{id}2, \beta)]$$

wurde erst in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführt. Ferner war es im „klassischen“ System unmöglich, zwischen Objekten und Morphismen streng zu unterscheiden, und dies ist ja gerade in der Semiotik wichtig, wo ein Subzeichen einerseits eine statische Entität, andererseits eine dynamische Semiose darstellt. Ein Subzeichen wie (2.3) ist aber nach Bense immer durch den Morphismus β zu beschreiben.

Dieselben Paradoxien vermeidet auch die Spuretheorie. Zum Aufweis der semiotischen Äquivalenz von Kategorien und Spuren und damit zur Existenz von 2-Spuren genüge wieder die folgende Tabelle:

- | | |
|---|--|
| 1. $(A \rightarrow_{(AB)}) \equiv \text{id}\alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$ | 9. $(A \rightleftharpoons_{(AB)}) \equiv \text{id}\alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$ |
| 2. $(B \rightarrow_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ | 10. $(B \rightleftharpoons_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ |
| 3. $(A \leftarrow_{(AB)}) \equiv \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$ | 11. $(A \leftrightsquigarrow_{(AB)}) \equiv \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id}\alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$ |
| 4. $(B \leftarrow_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ | 12. $(B \leftrightsquigarrow_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ |
| 5. $((AB) \rightarrow_A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ | 13. $((AB) \rightleftharpoons_A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ |
| 6. $((AB) \rightarrow_B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ | 14. $((AB) \rightleftharpoons_B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ |
| 7. $((AB) \leftarrow_A) \equiv \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow}$ | 15. $((AB) \leftrightsquigarrow_A) \equiv \text{id}\alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id}\alpha^{\rightarrow} \alpha^{\circ\rightarrow}$ |
| 8. $((AB) \leftarrow_B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow}$ | 16. $((AB) \leftrightsquigarrow_B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id}\beta^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id}\beta^{\rightarrow}$ |

3. So kann man nun weiterfahren und nach 1-Kategorien und 2-Kategorien auch höhere semiotischen Kategorien und ihnen entsprechend höhere n-Spuren bilden, z.B.

1-Kat.: $\{(PZ \rightarrow PZ), (SZ \rightarrow SZ), (ZKL/RTH \rightarrow ZKL/RTH), \dots\}$

2-Kat: $\{(PZ \rightarrow SZ), (PZ \rightarrow ZKL/RTH), (PZ \rightarrow \text{Trich. Tr.})\}$

3-Kat.: $\{(SZ \rightarrow ZKL/RTH), (SZ \rightarrow \text{Tr.Tr.})\}$

4-Kat.: $\{(ZKL/RTH \rightarrow \text{Tr. Tr.})\}$

Bibliographie

- Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: *Ars Semeiotica* 3/3, 1980, S. 287-294
- Leopold, Cornelia, Kategoriethoretische Konzeption der Semiotik. In: *Semiosis* 57/58, 1990, S. 93-100
- Toth, Alfred, *Semiotische Strukturen und Prozesse*. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien I. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009a
- Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien II. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009b
- Toth, Alfred, Übersicht über semiotische n-Kategorien. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009c
- Toth, Alfred, Zeichenklassen, definiert über austauschbaren Domänen und Codomänen. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009d
- Toth, Alfred, Zur spurenthoretischen Begründung der semiotischen Basistheorie. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009e

Von Objekten zu Pfeilen und von Pfeilen zu Spuren

1. Bekannt ist die Aussage Saunders Mac Lanes, der Mitbegründers der Kategorietheorie, dass man diese auch „als Behandlung des Problems auffassen [könne], wie man ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen“ könne (1972, S. iii). Da die semiotischen Subzeichen zugleich entitatische Momente und dynamische Semiosen sind (vgl. Bense 1975, S. 92), also eine ähnliche Doppelnatur zeigen wie die Elektronen, kann man sie als Objekte im Sinne der Mengentheorie oder als Abbildungen im Sinne der Kategorietheorie beschreiben (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.). Die in Toth (2009a) eingeführten Spuren sind als „gerichtete Objekte“ zu verstehen, stehen also der Objektauffassung der Subzeichen und Zeichenklassen näher als die Morphismen der semiotischen Kategorien. In dem vorliegenden Aufsatz wird allerdings ein neues Verfahren gezeigt, wie man auch Spuren, obwohl sie ja gerade auf dem Objektbegriff, und das heisst, primär statisch, eingeführt worden sind, weitgehend von ihrer Substanz befreien und daher einem dynamischen Abbildungsbegriff annähern kann. Allerdings bestehen zwischen diesem erweiterten Spurbegriff und dem Begriff der kategoriellen Abbildung etwa so viele Gemeinsamkeiten wie Unterschiede, womit sie jedenfalls nicht gegenseitig ersetzbar sind.

2. In Toth (2009b) hatten wir gezeigt, dass man, wenn man Domänen und Codomänen von 1-Objekten austauscht, 2mal 8 verschiedene Morphismen erhält. Sei $x := (A \rightarrow B)$ mit $A = 1$ und $B = 2$, dann gilt:

- | | |
|--|---|
| 1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$ | 9. $\times(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$ |
| 2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$ | 10. $\times(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$ |
| 3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$ | 11. $\times(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\rightarrow}$ |
| 4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$ | 12. $\times(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\leftarrow}$ |
| 5. $(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$ | 13. $\times(1 \rightleftharpoons 2) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$ |
| 6. $(1 \Leftrightarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$ | 14. $\times(1 \Leftrightarrow 2) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$ |

$$7. (2 \rightrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ \rightarrow} \alpha^{\circ \leftarrow} \quad 15. \times(2 \rightrightarrows 1) \equiv \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow}$$

$$8. (2 \leftrightsquigarrow 1) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow} \alpha^{\circ \rightarrow} \quad 16. \times(2 \leftrightsquigarrow 1) \equiv \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow}$$

Wenn wir die Domänen der Spuren eliminieren, erhalten wir:

$$1. (\rightarrow_2) \equiv \alpha^{\rightarrow} \quad 9. \times(\rightarrow_2) \equiv \alpha^{\circ \rightarrow}$$

$$2. (\leftarrow_2) \equiv \alpha^{\leftarrow} \quad 10. \times(\leftarrow_2) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow}$$

$$3. (\rightarrow_1) \equiv \alpha^{\circ \rightarrow} \quad 11. \times(\rightarrow_1) \equiv \alpha^{\rightarrow}$$

$$4. (\leftarrow_1) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow} \quad 12. \times(\leftarrow_1) \equiv \alpha^{\leftarrow}$$

$$5. (= 2) \equiv \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow} \quad 13. \times(= 2) \equiv \alpha^{\circ \rightarrow} \alpha^{\circ \leftarrow}$$

$$6. (\leftrightsquigarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow} \quad 14. \times(\leftrightsquigarrow 2) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow} \alpha^{\circ \rightarrow}$$

$$7. (= 1) \equiv \alpha^{\circ \rightarrow} \alpha^{\circ \leftarrow} \quad 15. \times(= 1) \equiv \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow}$$

$$8. (\leftrightsquigarrow 1) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow} \alpha^{\circ \rightarrow} \quad 16. \times(\leftrightsquigarrow 1) \equiv \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow}$$

d.h. in der linken und in der rechten Spalte stehen gleiche 1-Spuren verschiedenen 1-Morphismen(kombinationen) gegenüber. Spuren sind daher weniger differenziert als Abbildungen.

2. Nun kann man in einem nächsten Schritt die Primzeichen auf Subzeichen, d.h. auf Relationen der Form (a.b) mit $a \in \{1., 2., 3.\}$ und $b \in \{.1, .2, .3\}$, was nichts anderes ist als die Menge der kartesischen Produkte einer 3×3 -Matrix, abbilden. Allgemein haben wir dann in der Form von Kategorien

$$1. (A \rightarrow (AB)) \equiv \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow} \quad 9. (A \rightrightarrows (AB)) \equiv \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$$

$$2. (B \rightarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ \rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow} \quad 10. (B \rightrightarrows (AB)) \equiv \alpha^{\circ \rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow} \alpha^{\circ \leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$$

$$3. (A \leftarrow (AB)) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow} \quad 11. (A \leftrightsquigarrow (AB)) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$$

$$4. (B \leftarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \quad 12. (B \leftrightsquigarrow (AB)) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ \rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$$

$$5. ((AB) \rightarrow A) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \quad 13. ((AB) \rightrightarrows A) \equiv \alpha^{\circ \leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ \rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$$

- | | |
|--|---|
| 6. $((AB) \rightarrow B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ | 14. $((AB) \rightrightarrows B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ |
| 7. $((AB) \leftarrow A) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow}$ | 15. $((AB) \Leftrightarrow A) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\circ\rightarrow}$ |
| 8. $((AB) \leftarrow B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ | 16. $((AB) \Leftrightarrow B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ |

Damit ist die Existenz semiotischer 2-Kategorien (und 2-Morphismen) nachgewiesen. Der Nachweis semiotischer 2-Spuren erfolgt so:

- | | |
|--|---|
| 1. $(\rightarrow_{(AB)}) \equiv \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$ | 9. $(\rightrightarrows_{(AB)}) \equiv \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$ |
| 2. $(\rightarrow_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ | 10. $(\rightrightarrows_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ |
| 3. $(\leftarrow_{(AB)}) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow}$ | 11. $(\Leftrightarrow_{(AB)}) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\rightarrow}$ |
| 4. $(\leftarrow_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ | 12. $(\Leftrightarrow_{(AB)}) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ |
| 5. $(\rightarrow_A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ | 13. $(\rightrightarrows_A) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\circ\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ |
| 6. $(\rightarrow_B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ | 14. $(\rightrightarrows_B) \equiv \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow} \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ |
| 7. $(\leftarrow_A) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow}$ | 15. $(\Leftrightarrow_A) \equiv \text{id} \alpha^{\leftarrow} \alpha^{\circ\leftarrow} \text{id} \alpha^{\rightarrow} \alpha^{\circ\rightarrow}$ |
| 8. $(\leftarrow_B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow}$ | 16. $(\Leftrightarrow_B) \equiv \alpha^{\leftarrow} \text{id} \beta^{\leftarrow} \alpha^{\rightarrow} \text{id} \beta^{\rightarrow}$ |

Das Resultat ist erwartungsgemäss dasselbe wie in Abschnitt 1: Die Hälfte der so erzeugten Spuren ist redundant. Dasselbe gilt praemissis praemittendis, wenn wir zu 3-, 4-, ..., n-Spuren aufsteigen.

3. In einer mehr inhaltlichen Klassifikation haben wir also:

3.1. Zkl_n-Spuren neben Spuren-Zkl_n

$$\text{Zkl}_{\text{Sp}} = (3 \rightarrow_a 2 \rightarrow_b 1 \rightarrow_c)$$

$$\text{Sp}_{\text{Zkl}} = (\rightarrow_a \rightarrow_b \rightarrow_c) \equiv (\rightarrow_{a_1} \rightarrow_{b_2} \rightarrow_{c_3})$$

3.2. Rthn-Spuren neben Spuren-Rthn

$$\text{Rth}_{\text{Sp}} = (1 \leftarrow c \ 2 \leftarrow b \ 3 \leftarrow a)$$

$$\text{Sp}_{\text{Rth}} = (\leftarrow c \ \leftarrow b \ \leftarrow a) \equiv (\leftarrow c_1 \ \leftarrow b_2 \ \leftarrow a_3)$$

3.3. Zeichenobjekt-Spuren neben Objektzeichen-Spuren

$$\text{ZO}_{\text{Sp}} = (\langle M, m \rangle \rightarrow a, \langle O, \Omega \rangle \rightarrow b, \langle I, \mathcal{J} \rangle \rightarrow c)$$

$$\text{OZ}_{\text{Sp}} = (\langle m, M \rangle \rightarrow a, \langle \Omega, O \rangle \rightarrow b, \langle \mathcal{J}, I \rangle \rightarrow c)$$

3.4. Spuren-Zeichenobjekte neben Spuren-Objektzeichen

$$\text{ZO}_{\text{Sp}} = (\rightarrow a \langle M, m \rangle, \rightarrow b \langle O, \Omega \rangle, \rightarrow c \langle I, \mathcal{J} \rangle)$$

$$\text{OZ}_{\text{Sp}} = (\rightarrow a \langle m, M \rangle, \rightarrow b \langle \Omega, O \rangle, \rightarrow c \langle \mathcal{J}, I \rangle)$$

3.5. Objekt-Spuren neben Spuren-Objekten

$$\text{OR}_{\text{Sp}} = (m \rightarrow a, \Omega \rightarrow b, \mathcal{J})$$

$$\text{Sp}_{\text{OR}} = (\rightarrow a, \rightarrow b, \rightarrow c) \equiv (\rightarrow a \ m, \rightarrow b \ \Omega, \rightarrow c \ \mathcal{J})$$

Um es einmal mehr zu betonen: Ein Zeichen ist keine Spur, und eine Spur ist kein Zeichen. In Sonderheit ist eine Spur auch kein Index, wie dies sowohl Eco als auch Bense angenommen haben. Eine Spur ist die Basis eines Rekonstruktives. Als solches ist sie primär ein Objekt und hat sekundär eine Verweiskfunktion. Wohin sie verweist, ist jedoch offen: Neben

$$(\rightarrow a m, \rightarrow b \Omega, \rightarrow c \mathcal{J})$$

sind z.B. auch

$(\rightarrow a_\Omega, \rightarrow b_m, \rightarrow c_g)$

$(\rightarrow a_g, \rightarrow b_g, \rightarrow c_g)$

$(\rightarrow a_\Omega, \rightarrow b_\Omega, \rightarrow c_m)$, usw.

denkbar. Damit haben die Spuren, obwohl sie nur die Hälfte der Differenzierungen zwischen Domänen und Codomänen der Morphismen abzudecken vermögen, eine enorm grössere Bewegungsfreiheit bei der Rekonstruktion von Zeichen, denn gerade weil sie nicht alle kategoriethoretischen Fälle abzudecken vermögen, können sie viel mehr mögliche Kombinationen eingehen als jene. Die Abbildung von Morphismen auf semiotische Objekte ist bijektiv; die Abbildung von Spuren auf semiotische Objekte ist injektiv.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Zur spurenthoretischen Begründung der semiotischen Basistheorie.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, n-Spuren über austauschbaren Domänen und Codomänen. In:

Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Zeichen und Spuren

1. Ein Zeichen ist nach Bense (1967, S. 9) ein „Meta-Objekt“, d.h. ein Etwas, das ein Objekt substituiert und dadurch repräsentiert. Nach Bense wird jedes Zeichen formal durch eine Zeichenklasse erfassbar, eine Isomorphieklasse über drei Relationen, welche formal durch drei „Subzeichen“ ausgedrückt werden, von denen jedes eine eindeutige Thematisation besitzt, und zwar im Mittelbezug entweder (1.1), (1.2) oder (1.3), im Objektbezug entweder (2.1), (2.2) oder (2.3), und im Interpretantenbezug entweder (3.1), (3.2) oder (3.3). Durch die Eindeutigkeit der gewählten, bestimmten oder vorbestimmten Subzeichen ergibt sich jeweils kein Zweifel an der Repräsentationsfunktion einer Zeichenklasse in allen drei Zeichenbezügen, d.h. es handelt sich in jedem Falle um scharfe und nicht um unscharfe (fuzzy) Mengen bzw. Relationen. Noch anders ausgedrückt: Z.B. sind der iconische (2.1), der indexikalische (2.2) und der symbolische (2.3) Objektbezug diskrete Subklassen der Zeichenklassen, d.h. jedes Zeichen, das Element einer Zeichenklasse ist, gehört einem und nur einem Objektbezug an; dasselbe gilt praemissis praemittendis für den Mittel- und den Interpretantenbezug.

2. Wenn wir die Vorstellung einer diskreten relationalen Menge, genauer: einer Unterklasse einer Zeichenklasse, für die Subzeichen aufheben „fuzzyfizieren“ wir sie in einem gewissen Sinne, insofern dann ein Zeichen innerhalb einer Zeichenklasse z.B. gleichzeitig mehreren Objektbezügen angehören kann, oder insofern einfach z.B. die Frage nach der Objektrelation eines Zeichens schwebend gehalten werden kann. Formal können wir dies tun, indem wir die statisch-dynamische Konzeption eines Subzeichens durch die dynamisch-statische Konzeption seiner Spur ersetzen. Eine Spur ist eine Möglichkeit eines Zeichens oder Subzeichens, d.h. die Möglichkeit eines Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezugs. Daher ist die Thematisation einer Spur im Gegensatz zu der eines Zeichens nie eindeutig, sondern hält stets eine vierfache Möglichkeit bereit. Es sei

$S_z = (a.b)$

ein Subzeichen. Dann kann seine Spur in den folgenden 4 allgemeinen Formen notiert werden:

$$(a \rightarrow b), (a \leftarrow b), (b \rightarrow a), (b \leftarrow a),$$

wobei die beiden letzteren die zu den beiden ersten dualen Spuren sind. Eine vollständige Übersicht über die Spuren und ihre Dualen liefern die Spurenmatrix und ihre Transponierte. Die je drei Nullzeichen, durch welche die Peircesche Zeichenrelation in eine tetradisch-trichotomische Relation transformierbar ist, wurden hier blockartig abgetrennt:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \emptyset \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_2 & 1 \rightarrow_3 \\ \emptyset \rightarrow_2 & 1 \leftarrow_2 & 2 \rightarrow_2 & 2 \rightarrow_3 \\ \emptyset \rightarrow_3 & 1 \leftarrow_3 & 2 \leftarrow_3 & 3 \rightarrow_3 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccc} 1 \rightarrow \emptyset & 2 \rightarrow \emptyset & 3 \rightarrow \emptyset \\ \hline 1 \rightarrow_1 & 1 \leftarrow_2 & 1 \leftarrow_3 \\ 1 \rightarrow_2 & 2 \rightarrow_2 & 2 \leftarrow_3 \\ 1 \rightarrow_3 & 2 \rightarrow_3 & 3 \rightarrow_3 \end{array} \right)^T$$

3. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \times (1.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (1 \leftarrow_3 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_1) \times (1 \rightarrow_1 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2) \times (2.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (1 \leftarrow_3 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (1 \leftarrow_3 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow (1 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow (1 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 1.3) \rightarrow (1 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 2 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 2 \rightarrow_2 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.3 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 3.3) \rightarrow (3 \rightarrow 3 \ 2 \rightarrow 3 \ 1 \rightarrow 3) \times (1 \leftarrow 3 \ 2 \leftarrow 3 \ 3 \rightarrow 3)$$

Wie man erkennt, bleiben in der semiotischen Spuretheorie fundamentale Ergebnisse der Theoretischen Semiotik wie etwa die Eigenrealität der Zeichen $(1 \leftarrow 3 \ 2 \rightarrow 2 \ 1 \rightarrow 3) \times (1 \leftarrow 3 \ 2 \rightarrow 2 \ 1 \rightarrow 3)$ oder die „technische Realität“ der Genuinen Kategorien $(3 \rightarrow 3 \ 2 \rightarrow 3 \ 1 \rightarrow 3) \times (1 \leftarrow 3 \ 2 \leftarrow 3 \ 3 \rightarrow 3)$ erhalten (vgl. Bense 1992).

4. Wenn man von Spuren anstatt von diskreten Subzeichen ausgeht, ergibt sich die Notwendigkeit, das Nullzeichen zu benutzen, das allerdings auch ausserhalb des Kontextes der Spuretheorie ganz zwanglos ergibt, wenn man aus der Menge des Peirceschen Zeichens

$$ZR = \{M, O, I\}$$

die Potenzmenge bildet

$$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \emptyset\}.$$

Sobald man einen Zeichenbezug fuzzyfiziert, ergibt sich ein (offenes oder geschlossenes) Intervall zwischen dem Nicht-Zustandekommen (\emptyset) und dem Zustandekommen (ZR) des Zeichenbezugs bzw. Subzeichenbezugs. Anstatt aber das Zeichen von Anfang an als eine unscharfe Menge einzuführen, ist es wegen des auch in der Spur als „Redukt“ des Subzeichens noch erhaltenen Doppelcharakters des Zeichens zweckdienlicher, dieses wie bisher seit Peirce zu definieren, dabei aber von der Potenzmenge auszugehen. Während die Subzeichen, wie gesagt, zugleich statische „Momente“ und dynamische „Semiosen“ sind (vgl. Bense 1975, S. 92), d.h. sowohl „Objekte“ als auch „Abbildungen“, handelt die von Bense eingeführte semiotische Kategoriethorie primär mit Abbildungen und sekundär mit Objekten. Die von mir eingeführte Spuretheorie dagegen handelt sozusagen primär mit Objekten und sekundär mit Abbildungen. Etwas intuitiver könnte man sagen: Eine semiotische Spur ist ein Objekt mit „Abbildungsstummel“, also ein „gerichtetes Objekt“.

5. Da man jedes Subzeichen als vierfaches gerichtetes Objekt, d.h. vierfache Spur schreiben kann, gilt dies natürlich auch für das Nullzeichen, das ja ebenfalls in seiner dualen Form auftritt, wie man anhand der obigen Transponierten der

Spurenmatrix sehen kann. Da das Nullzeichen Teil jedes Zeichens ist, ergeben sich damit aber nicht nur 4, sondern 8 gerichtete Objekte pro Subzeichen. Wenn wir $Sz = (a.b) = (3.1)$ setzen, haben wir z.B.

$$\begin{array}{cc|cc} 3 \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_3 & \emptyset \rightarrow_1 & 1 \rightarrow \emptyset \\ 3 \leftarrow_1 & 1 \leftarrow_3 & \emptyset \leftarrow_1 & 1 \leftarrow \emptyset \end{array}$$

Bei den 4 Spuren links vom dicken Trennstrich sind sowohl Domänen als auch Codomänen $\neq \emptyset$. Auf der rechten Seite stehen links vom dünnen Trennstrich die beiden Fälle mit $D = \emptyset, C \neq \emptyset$, und rechts vom dünnen Trennstrich die beiden Fälle von $D \neq \emptyset, C = \emptyset$.

6. Allerdings ergibt sich folgendes Problem: Trotz ihrer gleichen Struktur mit den Fällen, wo $D \neq \emptyset, C \neq \emptyset$, sind von den vier Fällen

$$\begin{array}{cc} \emptyset \rightarrow_1 & 1 \rightarrow \emptyset \\ \emptyset \leftarrow_1 & 1 \leftarrow \emptyset \end{array}$$

die beiden zur Rechten semiotisch unterspezifiziert, denn nach der Spurenmatrix und ihrer Transponierten tritt ja das nicht-duale ebenso wie das duale Nullzeichen jeweils in dreifacher Gestalt auf. D.h., man würde, etwas entsprechend zu einem Term wie $3 \rightarrow_1$, Nullzeichen-Terme der folgenden Gestalt erwarten

$$\begin{aligned} 1 \rightarrow \emptyset &\rightarrow \{(1 \rightarrow \emptyset_1), (1 \rightarrow \emptyset_2), (1 \rightarrow \emptyset_3)\} \\ 2 \rightarrow \emptyset &\rightarrow \{(2 \rightarrow \emptyset_1), (2 \rightarrow \emptyset_2), (2 \rightarrow \emptyset_3)\} \\ 3 \rightarrow \emptyset &\rightarrow \{(3 \rightarrow \emptyset_1), (3 \rightarrow \emptyset_2), (3 \rightarrow \emptyset_3)\}. \end{aligned}$$

Das sind allerdings die in Toth (2009) eingeführten Bi-Spuren, also Spuren, deren Codomänen selbst Spuren sind, denn es ist ja

$$\{(a \rightarrow \emptyset_1), (b \rightarrow \emptyset_2), (c \rightarrow \emptyset_3)\} = \{(a \rightarrow \emptyset \rightarrow_1), (b \rightarrow \emptyset \rightarrow_2), (c \rightarrow \emptyset \rightarrow_3)\}.$$

Damit haben wir allerdings die Möglichkeit (bzw. die Pflicht?), auch die entsprechenden nicht-dualen Fälle zu spezifizieren:

$$\times\{(1 \rightarrow \emptyset_1), (1 \rightarrow \emptyset_2), (1 \rightarrow \emptyset_3)\} = \{(\emptyset_{1 \rightarrow 1}), (\emptyset_{2 \rightarrow 1}), (\emptyset_{3 \rightarrow 1})\}$$

$$\times\{(2 \rightarrow \emptyset_1), (2 \rightarrow \emptyset_2), (2 \rightarrow \emptyset_3)\} = \{(\emptyset_{1 \rightarrow 2}), (\emptyset_{2 \rightarrow 2}), (\emptyset_{3 \rightarrow 2})\}$$

$$\times\{(3 \rightarrow \emptyset_1), (3 \rightarrow \emptyset_2), (3 \rightarrow \emptyset_3)\} = \{(\emptyset_{1 \rightarrow 3}), (\emptyset_{2 \rightarrow 3}), (\emptyset_{3 \rightarrow 3})\}.$$

7. Man kann sich damit fragen, ob es nicht sinnvoll ist, von Anfang an die spuren-theoretische Semiotik auf Bi-Spuren anstatt auf einfachen Spuren zu begründen. In diesem Fall würden also die einzelnen Subzeichen und ihre (einzelnen) Kategorien bzw. Morphismen Bi-Spuren gegenüberstehen, man hätte also einen ähnlichen Fall wie seinerzeit in der reinen Mathematik, als Bénabou die Bi-Kategorien einführte (Bénabou 1967). Das Problem liegt aber darin, dass man dann für alle Spuren, bei denen entweder $D \neq \emptyset$ oder/und $C \neq \emptyset$, Terme bekäme wie den folgenden

$$1_{1 \rightarrow 2},$$

was also einer doppelten Abbildung

$$(1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2)$$

über je eine gemeinsame („homogene“) C/D entspräche. Das ist nun allerdings möglich, denn man kann alle Subzeichen (a.b) auf diese Weise analysieren:

$$(1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (1 \rightarrow 1)$$

$$(1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2)$$

$$(1 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow 3)$$

$$(2 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (2 \rightarrow 1)$$

$$(2 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (2 \rightarrow 2)$$

$$(2 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (2 \rightarrow 3)$$

$$(3 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (3 \rightarrow 1)$$

$$(3 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (3 \rightarrow 2)$$

$$(3 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (3 \rightarrow 3),$$

indem man sie entsprechend ihrer Codomäne $C = b$ mit dem entsprechenden identitiven Morphismus $(b.b)$ ($b \in \{1, 2, 3\}$) multipliziert. Weitere Untersuchungen sind dringend nötig.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I. In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1-77

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Der negationale Doppelzyklus von Zeichenklassen

1. In Toth (2009) wurde dargestellt, dass eine parameterisierte, um die „Anker“ oder „Spuren“ der Form (0.d) der kategorialen Nullheit erweiterte Zeichenklasse der Form

$$\text{Zkl}0_{\pm} = ((\pm 3.\pm a) (\pm 1.\pm c), (\pm 0.\pm d) \text{ mit } a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}$$

in einem kartesischen Koordinatensystem so durch lineare Transformationen von Quadrant zu Quadrant abgebildet werden kann, dass sich ein negationaler Zyklus von $3! = 6$ Zeichenklassen bildet, der natürlich die Überschreitung semiotischer Kontexturen (vgl. Toth 2007, S. 57 ff.) wegen des 4fachen Durchstossens der 0-Achsen impliziert.

2. Es ist, wie ebenfalls bereits in Toth (2009) angedeutet, nun möglich, die Zeichenklassen zusätzlich zu kontexturieren (vgl. Kaehr 2008), so dass auch die Kontexturenzahlen einen permutativen Zyklus bilden. Die allgemeine Form dieser Zeichenklassen ist

$$3\text{-Zkl}0_{\pm} = ((\pm 3.\pm a)_{\alpha,\beta,\gamma} (\pm 2.\pm b)_{\delta,\varepsilon,\zeta} (\pm 1.\pm c)_{\theta,\iota,\kappa} (\pm 0.\pm d)_{\lambda,\mu,\nu} \text{ mit}$$

$\alpha, \dots, \lambda \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$, wobei α, \dots, λ gdw (a.b) mit $a \neq b$ (d.h. nur bei nicht-genuinen Subzeichen bzw. nicht-identitiven Morphismen)

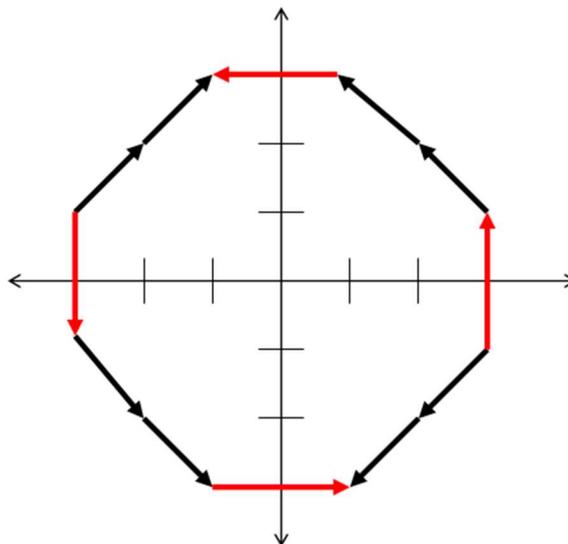
Wenn man also die semiotischen mit den numerischen Kontexturen kombiniert, gibt es also Kontexturübergänge bereits für die Subzeichen als solche und somit bereits für die monokontexturale Semiotik (vgl. Toth 2001), zugleich aber auch qua Kontexturenzahlen. Da monokontexturale Semiotiken Fragmente polykontexturaler sind (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.), kann man das miteinander kombinieren. Dadurch erhält man also negationale Doppelzyklen, insofern negative Subzeichen unabhängig von nicht-positionalen Kontexturenzahlen auftreten. Auf der Basis von Subzeichen allein ist es somit aber unmöglich, weitere Kontexturengrenzen als die eine in der klassischen 2-wertigen Logik zu überschreiten. Nimmt man dann aber die Kontexturenzahlen hinzu, deren Negationszyklen ja Hamiltonkreise bilden, kann man zusätzlich die monokontexturalen Kontexturübergänge in höhere

negationale Systeme einbetten, denn bereits eine 3-wertige Logik besitzt Hamiltonkreise der Länge $3! = 6$, eine 4-wertige Logik besitzt Kreise der Länge $4! = 24$, usw.

3. Wir wollen das Prinzip hier an einem möglichst einfachen Beispiel demonstrieren und gehen aus von der erweiterten parametrisierten 3-kontexturalen eigenrealen Zeichenklasse

$$(\pm 3.\pm 1_3 \pm 2.\pm 2_{1,2} \pm 1.\pm 3_3 \pm 0.\pm 3).$$

Im folgenden Graphen zeichnen wir die 4 homogenen parametrisischen Formen, d.h. $(3.1_3 2.2_{1,2} 1.3_3 0.3)$, $(-3.1_3 -2.2_{1,2} -1.3_3 -0.3)$, $(-3.-1_3 -2.-2_{1,2} -1.-3_3 -0.-3)$ und $(3.-1_3 2.-2_{1,2} 1.-3_3 0.-3)$ in schwarz mit roten Kontexturübergängen bei den Ankern/Spuren ein, so dass also ein erster negationaler schwarz-roter Zyklus entsteht, der die jeweils 1 Kontexturgrenze monokontexturaler Systeme transgrediert.



Auf der Ebene der Kontexturalzahlen haben wir zudem z.B.

$$(3.1_3 2.2_{1,2,4} 1.3_3 0.3) \rightarrow (-3.1_3 -2.2_{4,1,2} -1.3_3 -0.3) \rightarrow (-3.-1_3 -2.-2_{2,4,1} -1.-3_3 -0.-3) \rightarrow (3.-1_3 2.-2_{1,2,4} 1.-3_3 0.-3)$$

oder

$$(3.1_3 2.2_{1,4,2} 1.3_3 0.3) \rightarrow (-3.1_3 -2.2_{2,1,4} -1.3_3 -0.3) \rightarrow (-3.-1_3 -2.-2_{4,2,1} -1.-3_3 -0.-3) \rightarrow (3.-1_3 2.-2_{1,4,2} 1.-3_3 0.-3),$$

usw., denn mit welcher Permutation von $\{(1, 2,4), (1, 4, 2), (2, 1, 4), (2, 4, 1), (4, 1, 2), (4, 2, 1)\}$ man auch beginnt, es gibt stets 4er-Zyklen, welche die obigen semiotisch-kontexturalen Bedingungen erfüllen.

Wer gerne interpretiert, sieht dann sofort im 1. Quadranten mit dem Parameter [+ , +] die Semiotik, im 2. Quadranten mit dem Parameter [- , +] den Materialismus (negatives Subjekt; positives Objekt), im 3. Quadranten mit dem Parameter [- , -] Günthers Meontik (bzw. Hegels Werden in der Adjazenz von Sein [Semiotik] und Nichts), und im 4. Quadranten mit dem Parameter [+ , -] den Idealismus (positives Subjekt, negatives Objekt). Man kann hierin sogar eine Bestätigung von Günthers Feststellung sehen: „Idealismus und Materialismus erscheinen [...] nicht mehr als alternierende Weltanschauungen, von denen entweder die eine oder die andere falsch sein muss, sondern als Entwicklungsstufen eines in sich folgerichtigen Denkprozesses“ (1991, S. xxvif.).

Mit Hilfe von Farben kann man beide Negationalzyklus zusammen ausdrücken (schwarz für unkontexturierte Subzeichen, rot für Kontexturalzahlen):

$(3.1_3 2.2_{1,2,4} 1.3_3 0.3) \rightarrow (-3.1_3 -2.2_{4,1,2} -1.3_3 -0.3) \rightarrow (-3.-1_3 -2.-2_{2,4,1} -1.-3_3 -0.-3) \rightarrow (3.-1_3 2.-2_{1,2,4} 1.-3_3 0.-3)$

$(3.1_3 2.2_{1,4,2} 1.3_3 0.3) \rightarrow (-3.1_3 -2.2_{2,1,4} -1.3_3 -0.3) \rightarrow (-3.-1_3 -2.-2_{4,2,1} -1.-3_3 -0.-3) \rightarrow (3.-1_3 2.-2_{1,4,2} 1.-3_3 0.-3)$, usw.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (Kaehr 2008)

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Bd. 1. Wien 2001, S. 117-134

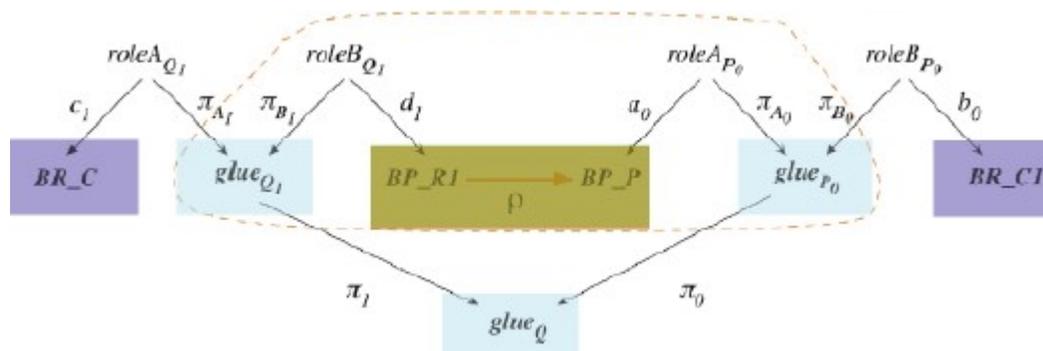
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Kontexturen für komplexe Subzeichen? In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2009

Der kategorialsemiotische Leim und Leim des Leims

1. Man darf und muss es sagen: Die beiden von Rudolf Kaehr im letzten Sommer veröffentlichten Studien zu „Glue“ gehören wieder einmal zu den intelligentesten Geistesproduktionen, die man sich überhaupt wünschen kann. Ich möchte an dieser Stelle mich darauf beschränken, einige Ergebnisse Kaehrs aus „Glue II“ (Kaehr 2009) für die Semiotik nutzbar zu machen. Als Ausgangsbasis und Denkmuster reproduziere ich das folgende Schema aus Kaehr (2009, S. 19), das von dem Informatiker Fiadeiro stammt und sowohl den Leim als auch den Leim des Leims illustriert:



2. Die kategoriale Semiotik (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.) kennt folgende Objekte:

$$O = \{(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)\},$$

folgende Morphismen

$$\alpha \equiv (1 \rightarrow 2)$$

$$\beta \equiv (2 \rightarrow 3),$$

die drei Identitäten

$$\text{id1} \equiv (1 \rightarrow 1)$$

$$\text{id2} \equiv (2 \rightarrow 2)$$

$$\text{id3} \equiv (3 \rightarrow 3),$$

folgendes Kompositum

$$\beta\alpha \equiv (1 \rightarrow 3)$$

und folgende Konversen:

$$\alpha^\circ \equiv (2 \rightarrow 1)$$

$$\beta^\circ \equiv (3 \rightarrow 2)$$

$$\alpha^\circ\beta^\circ \equiv (3 \rightarrow 1).$$

3. Da somit alle Objekte zugleich Morphismen und alle Morphismen zugleich Objekte sind (Bense sprach von „statischen“ und „dynamischen“ Semiosen sowie im Falle der Identitiva von „Nullsemiosen“), stellt sich z.B. bei Pfeilstrukturen wie

$\rightarrow\rightarrow$, $\leftarrow\leftarrow$, $\rightarrow\leftarrow$, $\rightarrow\rightarrow\leftarrow$, $\leftarrow\rightarrow\leftarrow$, usw.

die Frage, mit welchem „Leim“ diese Pfeile aneinandergesetzt werden. Die semiotischen Kategorien wurden ja nie als „adhärente“ Kategorien eingeführt, zu denen Pushouts mit „gluing conditions“ definiert werden können. Rein theoretisch haben wir also die folgenden möglichen Fälle in der Semiotik vor uns:

$$\alpha \rightarrow \alpha$$

$$\alpha \rightarrow \beta \quad \beta \rightarrow \beta$$

$$\alpha \rightarrow \alpha^\circ \quad \beta \rightarrow \alpha^\circ \quad \alpha^\circ \rightarrow \alpha^\circ$$

$$\alpha \rightarrow \beta^\circ \quad \beta \rightarrow \beta^\circ \quad \alpha^\circ \rightarrow \beta^\circ \quad \beta^\circ \rightarrow \beta^\circ$$

$$\alpha \rightarrow \beta\alpha \quad \beta \rightarrow \beta\alpha \quad \alpha^\circ \rightarrow \beta\alpha \quad \beta^\circ \rightarrow \beta\alpha \quad \beta\alpha \rightarrow \beta\alpha$$

$$\alpha \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ \quad \beta \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ \quad \alpha^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ \quad \beta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ \quad \beta\alpha \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ \quad \alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ$$

$$\alpha \rightarrow \text{id}_1 \quad \beta \rightarrow \text{id}_1 \quad \alpha^\circ \rightarrow \text{id}_1 \quad \beta^\circ \rightarrow \text{id}_1 \quad \beta\alpha \rightarrow \text{id}_1 \quad \alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \text{id}_1$$

$$\alpha \rightarrow \text{id}_2 \quad \beta \rightarrow \text{id}_2 \quad \alpha^\circ \rightarrow \text{id}_2 \quad \beta^\circ \rightarrow \text{id}_2 \quad \beta\alpha \rightarrow \text{id}_2 \quad \alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \text{id}_2$$

$$\alpha \rightarrow \text{id}_3 \quad \beta \rightarrow \text{id}_3 \quad \alpha^\circ \rightarrow \text{id}_3 \quad \beta^\circ \rightarrow \text{id}_3 \quad \beta\alpha \rightarrow \text{id}_3 \quad \alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \text{id}_3$$

$\text{id1} \rightarrow \text{id1}$

$\text{id1} \rightarrow \text{id2} \quad \text{id2} \rightarrow \text{id2}$

$\text{id1} \rightarrow \text{id3} \quad \text{id2} \rightarrow \text{id3} \quad \text{id3} \rightarrow \text{id3},$

total also 45 paarweise geleimte Pfeile.

Wir definieren nun den leimenden Pfeil wie folgt:

$g(\rightarrow) := (\rightarrow_{B \circ A^\circ})(A \rightarrow B),$

d.h. wir haben

$\alpha \rightarrow \alpha := \rightarrow_{\text{id}\alpha^\circ}$

$\alpha^\circ \rightarrow \alpha^\circ := \rightarrow_\alpha$

$\beta \rightarrow \beta := \rightarrow_{\text{id}\beta^\circ}$

$\beta^\circ \rightarrow \beta^\circ := \rightarrow_{\text{id}\beta}$

$\beta\alpha \rightarrow \beta\alpha := \rightarrow_{\text{id}\alpha^\circ\beta^\circ}$

$\alpha^\circ\beta^\circ \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ := \rightarrow_{\text{id}\beta\alpha}$

$\text{id1} \rightarrow \text{id1} := \rightarrow_{\text{id1}}$

$\text{id2} \rightarrow \text{id2} := \rightarrow_{\text{id2}}$

$\text{id3} \rightarrow \text{id3} := \rightarrow_{\text{id3}}$

$\alpha \rightarrow \alpha^\circ := \rightarrow_{\alpha\alpha^\circ}$

$\alpha \rightarrow \beta := \rightarrow_{\beta^\circ\alpha^\circ}$

$\alpha \rightarrow \beta^\circ := \rightarrow_{\beta\alpha^\circ}$

$\alpha \rightarrow \beta\alpha := \rightarrow_{\alpha^\circ\beta^\circ\alpha^\circ}$

$\alpha \rightarrow \alpha^\circ\beta^\circ := \rightarrow_{\beta\alpha\alpha^\circ}$

$\alpha \rightarrow \text{id1} := \rightarrow_{\text{id1}\alpha^\circ}$

$\alpha \rightarrow \text{id2} = \rightarrow_{\text{id2}\alpha^\circ}$

$\alpha \rightarrow \text{id}_3 := \rightarrow_{\text{id}_3 \alpha^\circ}$

usw.

4. Von Leim des Leims sprechen wir somit, wenn die Pfeile zwischen Gebilden wie

$\rightarrow_{BA} \rightarrow_{DC}$

$\rightarrow_{BA} \rightarrow_{DC} \rightarrow_{FE}$

$\rightarrow_{BA} \rightarrow_{DC} \rightarrow_{FE} \rightarrow_{HG}$, usw.

bestimmt bzw. berechnet werden sollen. Wir bekommen dann Metaleimstrukturen wie z.B.

$\rightarrow_{\text{id}\beta^\circ} \rightarrow_{\text{id}\alpha^\circ\beta^\circ} := \rightarrow_{\text{id}\beta\alpha\text{id}\beta}$

$\rightarrow_{\text{id}\beta\alpha} \rightarrow_{\text{id}1} := \rightarrow_{\text{id}\text{id}\alpha^\circ\beta^\circ}$

$\rightarrow_{\alpha^\circ\beta^\circ\alpha^\circ} \rightarrow_{\beta\alpha\alpha^\circ} := \rightarrow_{\alpha\alpha^\circ\beta^\circ\alpha\beta\alpha}$

$\rightarrow_{\beta\alpha\alpha^\circ} \rightarrow_{\text{id}2\alpha^\circ} := \rightarrow_{\alpha\text{id}2\alpha\alpha^\circ\beta^\circ}$, usw.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Category of Glue II.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html> (2009)

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Semiotische Super-Operatoren

1. Die „SOPS“ wurden von Rudolf Kaehr (2009a, S. 8 ff.) sowie (2009b, S. 17 ff.) in die Semiotik eingeführt. An „traditionellen“ semiotischen Operationen sind ja lediglich die z.B. bei Walther (1979, S. 121 ff.) sowie Toth (2008, S. 12 ff.) zusammengestellten streng monokontexturalen Operationen bekannt. Die 5 von Kaehr eingeführten semiotischen Super-Operatoren, Identität, Permutation (bereits von Toth 2008, S. 177 ff. eingeführt), Reduktion, Bifurkation, Replikation – und später als 6. noch Iteration – werden hier vor allem anhand von semiotischen Dualsystemen aufgezeigt, da Kaehr bereits kenomische Matrizen verwendet hatte und also die Grundlagen der Konstruktion von Zeichenklassen und Realitätsthematiken als bekannt vorausgesetzt werden können.

2. Zur Definition der 5 ersten SOPS reproduziere ich hier direkt die von Kaehr zusammengestellte Tabelle (2009a, S. 8):

Super – operators for semiotics	
$\text{Sem}^{(m,n)} : \left[\text{Sem}^{(m,n)} \right]_{\text{refl, act}}$	$\xrightarrow{\text{sops}} \left[\text{Sem}^{(m,n)} \right]_{\text{refl, act}}$
$\text{id}(i, j) : \forall i, j \in s(m) :$	$(\text{Sem}^{i,j}) \xrightarrow{\text{id}} (\text{Sem}^{i,j})$
$\text{perm}(i, j) : \forall i, j \in s(m) :$	$(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j) \xrightarrow{\text{perm}} (\text{Sem}^j, \text{Sem}^i)$
$\text{red}(i, j) : \forall i, j \in s(m) :$	$(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j) \xrightarrow{\text{red}} (\text{Sem}^i, \text{Sem}^i)$
$\text{bif}(i, j) : \forall i, j \in s(m) :$	$(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j) \xrightarrow{\text{bif}} ((\text{Sem}^i \parallel \text{Sem}^j), \text{Sem}^j)$
$\text{repl}(i, j) : \forall i, j \in s(m) :$	$(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j) \xrightarrow{\text{repl}} ((\text{Sem}^i \text{Sem}^i), \text{Sem}^j)$
$\text{sops} = \{\text{id}, \text{perm}, \text{red}, \text{bif}, \text{repl}\}$	

Zur 6. Operation: Während Replikation die Komplexitätstiefe erhöht:

$$S_{i,j} \rightarrow S_{i,j+1},$$

erhöht Iteration die Komplexitätsbreite:

$$S_{i,j} \rightarrow S_{i+1,j}.$$

Wir können hier also gleich als Beispiele die Peirce-Zeichen (vgl. Toth 2009a) bringen: Replikation ist diejenige semiotische Superoperation, welche die Nachfolgerrelation der trichotomischen Peirce-Zahlen bewirkt, während Iteration diejenige semiotische Superoperation ist, welche die Nachfolgerrelation der triadischen Peirce-Zahlen bewirkt. Bei den diagonalen Peirce-Zahlen (vgl. Toth 2009b) wirken somit sowohl Iteration als auch Replikation, d.h. wir haben

$$S_{i,j} \rightarrow S_{i+1,j+1}.$$

3. Bei den Identitätsabbildungen hat eine neuere Untersuchung (Toth 2009c) gezeigt, dass neben den semiotischen 1-Morphismen

$$\text{id}_1 \equiv (1 \rightarrow 1), \text{id}_2 \equiv (2 \rightarrow 2), \text{id}_3 \equiv (3 \rightarrow 3)$$

bei „Pfeilen zwischen Pfeilen“ mit noch ganz anderen, bislang in der Semiotik völlig unbekanntem Identitäten gerechnet werden muss; vgl.

$$\text{id}_\alpha \equiv (\alpha \rightarrow \alpha), \text{id}_{\alpha^\circ} \equiv (\alpha^\circ, \alpha^\circ), \text{id}_{\beta\alpha} \equiv (\beta\alpha \rightarrow \beta\alpha), \text{id}_{\alpha^\circ\beta^\circ} \equiv (\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ), \text{ usw.},$$

Es gibt also in der kategorialen (und diamantentheoretischen?) Semiotik eine enorme und von der Logik her nicht bekannte Vielfalt von Identitätsoperationen.

4. Zu den Permutationsoperationen ist in Ergänzung zu Toth (2008, S. 177 ff.) nur hinzuzufügen, dass bei kontexturierten Subzeichen natürlich nicht nur die Subzeichen, sondern auch die Kontexturenzahlen permutiert werden können, was vor allem bei 4- und höher kontexturalen Semiotik schnell zu enorm wachsender Komplexität führt.

5. Wenn ich Kaehr recht verstehe, ist unter Reduktion die Umkehrfunktionen jeder Funktion zu verstehen, durch welche irgendwelche Erweiterungen semiotischer Systeme erwirkt werden, also v.a. Iteration und Replikation. Falls sie so ist, dann gehört möglicherweise auch die Peircesche „replica function“ (vgl. z.B. Walther 1979, S. 88 f.) – die allerdings nicht mit derjenigen Kaehrs zu verwechseln ist -, zu

den reduktiven semiotischen Superoperationen. Ihr allgemeines Maximal-Schema ist

$(3.a\ 2.b\ 1.c) \rightarrow (3.a\ 2.b\ 1.(c-1)) \rightarrow (3.a\ 2.b\ 1.(c-2)) \rightarrow$

$(3.a\ 2.(b-1)\ 1.(c-2)) \rightarrow (3.a\ 2.(b-2)\ 1.(c-2)) \rightarrow$

$(3.(a-1)\ 2.(b-2)\ 1.(c-2)) \rightarrow (3.(a-2)\ 2.(b-2)\ 1.(c-2)).$

Das bedeutet nichts anderes, als dass eine Replica irgendeiner Drittheit eine Zweitheit ist. Es handelt sich hier also in Peirces und Benses Terminologie um eine Folge einfacher retrosemiotischer Degenerationen. Karl Herrmann (1990) hat ein Verfahren angegeben, wie die 10 Peirceschen Zeichenklassen durch Replizierung in eineindeutiger Weise (d.h. ohne dass eine Zeichenklasse zweimal vorkommt) dargestellt werden kann (vgl. auch Toth 2008, S. 164 f.).

6. Die Rolle der Bifurkation in der Semiotik ist bisher völlig im Dunkeln. In einem gewissen, allerdings „klassischen“ Sinne könnte man jedes der neun Subzeichen der semiotischen Matrix bi- und sogar n-furkativ deuten, insofern als keines einen eindeutigen Nachfolger (wie die Peanozahlen) hat:

1.1 ↔ 1.2 ↔ 1.3

↕ ↗ ↘ ↙ ↘ ↕ ↗ ↘ ↙ ↘ ↕

2.1 ↔ 2.2 ↔ 2.3

↕ ↗ ↘ ↙ ↘ ↕ ↗ ↘ ↙ ↘ ↕

3.1 ↔ 3.2 ↔ 3.3

Nimmt man also neben den triadischen und den trichotomischen Peirce-Zahlen noch die diagonalen hinzu, das ist die minimale Nachfolgerrelation eines Subzeichen bereits eine „Trifurkation“. (2.2) hat nicht weniger als 8-Furkation, und wenn man die Richtungen der Pfeile mitzählt, 16, usw. Rechnet man diese Fälle tatsächlich unter Bifurkation (und nicht nur vergleichbare Fälle bei Kontexturenzahlen), dann müsste man zudem zwischen Links- und Rechts-, Auf- und Ab sowie den 2 diagonalen Richtungen unterscheiden.

Bibliographie

Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der zehn Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, S. 95-101

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics, <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf> (2009a)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009b)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Nachfolgerrelationen bei Peano-Zahlen, polykontexturalen Zahlen und Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Der kategorialsemiotische Leim und Leim des Leims. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Mehrdeutige Zeichen?

1. Die Qualität einer bestimmten Farbe, die Fieberkurve eines bestimmten Patienten, ein bestimmtes Ereignis direkter Erfahrung, ein allgemeines Gesetz, ein allgemeiner Typus, ein Verkehrszeichen, eine logische Prämisse, ein logisches Gesetz, die Zahl, die Schlussfiguren der Logik – das einiger der Beispiele, die Walther (1979, S. 82 ff.) für die 10 Peirceschen Zeichenklassen anführt, und es handelt sich in jedem Fall um Beispiele mehr oder minder eindeutiger Zeichen. Nun sind polykontexturale Zeichen nicht-eindeutig, oder besser gesagt: eindeutig-mehrmöglich, denn z.B. gibt es die Möglichkeit, worauf Kaehr (2009a, S. 15) hingewiesen hatte, mein/dein/unser Mittel, Objekt, Interpretant zu kontexturieren. Die Frage, ob Zeichen eindeutig sein müssen oder ob dies nur für eine bestimmte Teilmenge (Fieberkurve, Diagnose, Strassenkarte, Wetterhahn usw.) gelten muss, stellt sich also in grundsätzlicher Weise:

Hence, identification in the mode of identity is an ontological and epistemological procedure and follows not semiotic or sign theoretical necessity. Again, semiotics in a general sense, thematized as an identity system, is ruled by non-semiotic decisions. (Kaehr 2009b, S. 2).

Kaehr vertritt also die Ansicht, die Anforderungen der Identität an die Zeichen sei ein Fremdeinfluss, ich nehme an, er meint hiermit die Logik und die Mathematik. Für die allgemeine Semiotik tragen damit solche nicht-semiotischen Konditionen und Restriktionen etwa gleich wenig bei wie die psychologischen, soziologischen und weiteren Linguistiken für die allgemeine Linguistik oder die Anwendung der Mathematik auf die Ökonomie für die reine Mathematik beitragen.

2. Streng genommen, wird das Postulat der Eindeutigkeit des Zeichens aber bereits von Peirce vorausgesetzt, denn

$ZR = (M, O, I)$ bzw. $ZR = (.1., .2., .3.)$

ist eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation, d.h. es gilt, wie Bense (1975, S. 167 ff.) gezeigt hat, eine Varianten der Peanoschen Nachfolgerrelation für die Abfolge der Fundamentalkategorie, die Bense (1980) nicht umsonst als „Primzeichen“ bezeichnet hatte.

Zeichenrelationen wie

$ZR = (.2, .1., .3.), (.2., .3., .1.), (.1., .3., .2.)$ und $(.3., .1., .2.)$

sind daher ausgeschlossen; zugelassen, d.h. definiert sind nur die reguläre Abfolge (oben) und ihre Konverse; letztere gemäss der „Pragmatischen Maxime“ als Normalordnung für Zeichenklassen.

Ferner gilt für die dyadischen Partialrelationen aus kartesischen Produkten, dass diese nicht willkürlich in eines der beiden triadischen Schemata

$ZR = (.1., .2., .3.)$ bzw. $(.3., .2., .1.)$

eingesetzt werden können, sondern, dem relationalen Stufenbau entsprechend, lautet die Ordnung für die trichotomischen Schemata

$Zkl = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a \leq b \leq c$,

obwohl völlig in der Luft hängt, warum also für Triaden

$<, < (.1., < .2. < .3.),$

aber für Trichotomien

$\leq, \leq (3.1 \leq (2.1/2.2/2.3),$ usw.)

gelten soll.

3. Eine Semiotik, bei der die beiden obigen Restriktionen, d.h. die $<$ -Relation für Triaden und die \leq -Relation für Trichotomien eliminiert werden, ist daher eine Semiotik, für welche die paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien aufgehoben ist. Damit werden Zeichengebilde wie

$(3.a\ 2.b\ 2.c), (3.a\ 3.b\ 1.c), (1.a\ 1.b\ 1.c), (2.a\ 2.b\ 1.c), \dots$

möglich. Ferner bekommen jetzt nach dem Fall der Peano-Nachfolgerrelation sämtliche Permutationen (möglicherweise) einen semiotischen Sinn, also z.B.

$(3.a\ 2.c\ 2.b), (2.c\ 2.b\ 3.a), (2.b\ 3.a, 2.c), (1.c\ 1.b\ 1.c), (1.b\ 1.a\ 1.c), \dots$

Daraus folgt aber auch, dass es Zeichen ohne Interpretanten, ohne Objekte oder ohne Mittel geben muss, wie das sogar von traditionellen Semiotikern seit langem vermutet wurde, etwa in zeichentheoretischen Untersuchungen zum Werk Lewis Carrolls.

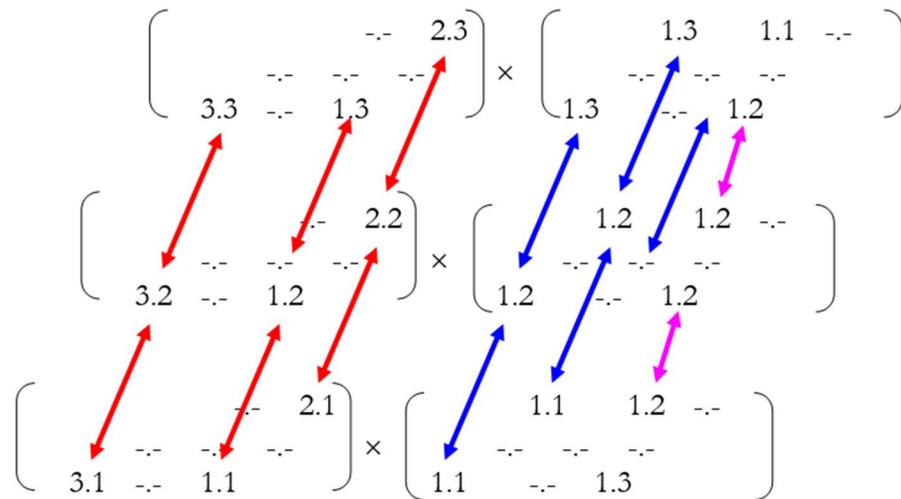
Schliesslich und endlich wird das Prokrustesbett der 10 Dualsysteme durchbrochen, denn mit dem Fall der trichotomischen Inklusionsordnung sind selbstverständlich sämtliche $3^3 = 27$ möglichen Zeichenklassen wirklich möglich und offen für viel weiter gehende semiotischen Interpretationen (man denke z.B. nur an die neuen Strukturen thematisierter Realitäten, die hinzukommen; vgl. Toth 2008a, S. 216 ff.).

Was damit im Grunde nur noch bleibt von der Peirce-Semiotik ist das Triadizitätsprinzip, dass also ein Zeichen immer eine triadische (und nicht dyadische oder tetradische, pentadische ...) Relation zu sein hat, doch auch hierfür gibt es im Grunde keine inner-semiotischen Gründe. Man kann z.B. (vgl. Toth 2008b) gemischte semiotisch-ontologische Relationen konstruieren, welche nicht nur die Fundamentalkategorien, sondern auch ihre entsprechenden, korrelativen ontologischen Kategorien enthalten. Solche Zeichenrelationen sind, da sie notwendig Kontexturgrenzen in sich enthalten, nicht-transzendente Zeichen-Objekt-Relationen und damit in einem gewissen Sinne Prodrromoi der kontexturierten Zeichenklassen Rudolf Kaehrs (vgl. Kaehr 2008).

4. Natürlich ergeben sich aus der Aufhebung aller genannten künstlichen, d.h. nicht inner-semiotischen Restriktionen nicht-eindeutige Zeichen. Um den Wildwuchs zu bändigen, kann man ihn jedoch, genau wie dies Günther mit den „grossen Zahlen“ gemacht hatte, aus dem Zustand von chaotischer Ambiguität durch Einführung von Kontexturen in den kontrollierbaren Zustand eindeutiger Mehrmöglichkeit überführen (eine Idee, die bereits auf das Werk Alfred Korzybskis zurückgeht). Nachdem R. Kaehr in seiner bislang letzten erschienenen Arbeit zur polykontextualen Semiotik (Kaehr 2009b) mit seiner Einführung „semiotischer Morphogramme“ den bisher letzten Schritt zur Annäherung von Semiotik und Polykontextualitätstheorie vollzogen hat, möchte ich in einem zusätzlichen Modell eine Darstellung der Mehrdeutigkeit von Subzeichen geben. Die roten Pfeile in den Zeichenthematiken und die blauen Pfeile in den Realitätsthematiken weisen auf die

möglichen Austauschrelationen von Subzeichen hin. Bei diesem Modell wird einfachheitshalber angenommen, dass die Kontexturen konstant bleiben; das ist jedoch keineswegs eine notwendige Bedingung; sie erleichtert hier nur die graphische Darstellung:

$$1. (3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$$



Im unten stehenden dualisierten semiotischen Morphogramm steht also das im Prinzip monokontexturale, aber auf Kontexturen verteilte Dualsystem (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3). Dabei werden in den hinteren, perspektivisch angeordneten Morphogrammsystemen jeweils (1.1) → (1.2) → (1.3); (2.1) → (2.2) → (2.3) usw. so durchlaufen, dass jeweils vollständige Trichotomien entstehen. Doppelter Austausch findet nur beim genuinen Subzeichen (1.1) statt, da hier ein identitiver Morphismus vorliegt, dessen zugrunde liegende logische Identität an zwei disparaten Kontexturen gebrochen werden muss.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics,

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Kaehr, Rudolf, Category of Glue II.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html> (2009=

Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Polycontextuality of signs?

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf> (2009b)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Ontologische, dispoible und semiotische Kategorien. 5 Bde. Klagenfurt 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zur relationentheoretischen und kategorialen Einführung des Zeichens durch Peirce

1. Aus dem folgenden, aus Walthers „Allgemeiner Zeichenlehre“ zitiertem Absatz erfährt man, wie Peirce zu seinen drei „Universalkategorien“ gekommen ist und wie er sie mit seiner relationentheoretischen Einführung des Zeichens verbunden hat: „Peirce untersuchte als ein grosser Kenner und Bewunderer von Kant neben dessen Kategorien auch dessen verschiedene ‚Urteile‘ und bemerkte, dass trotz der Verschiedenheiten die Grundform aller Urteile in der Verbindung von ‚Subjekt – Kopula – Prädikat‘, die den Zusammenhang von ‚Gegenstand – Relation – Eigenschaft‘ wiedergibt, stets festgehalten wird. Die Glieder des Urteils bzw. Satzes sind dann 1. als einstellig (Prädikat), 2. als zweistellig (Subjekt) und 3. als dreistellig (Kopula) aufzufassen. Man kann daher nach Peirce auch sagen, dass ein ‚Erstes‘ (die Eigenschaft) gegeben bzw. schon bekannt sein muss, um ein ‚Zweites‘ (den Gegenstand) zu bestimmen, und dass man durch ein ‚Drittes‘ (die Kopula) Eigenschaft und Gegenstand verbindet“ (Walther 1979, S. 47).

2. Wie man erkennt, operiert Peirce hier zunächst mit zwei verschiedenen 3-stelligen Relationen und sucht sie miteinander in Übereinstimmung zu bringen

1. mit der grammatischen Relation: Subjekt – Kopula - Prädikat

2. mit der logischen Relation: Gegenstand – Relation – Eigenschaft

Ist aber das Prädikat wirklich eine 1-stellige Relation? Beispiele wie „gibt“, „schreibt“, „tötet“, „liebt“ usw. sind mehrstellig. „x ist ein Zeichen für y durch z“ ist jedenfalls eine klare 3-stellige Relation. Das Subjekt ist nur dann eine 2-stellige Relation, wenn es in der Dichotomie „Subjekt/Prädikat“ oder „Subjekt/Objekt“ auftritt, die Kopula ist nur dann 3-stellig, wenn sie 2 Glieder verbindet, aber sie verbindet ja in 2.1. ein 2-stelliges Subjekt und ein 3-stelliges Prädikat. Ferner funktioniert 2.1. nur dann, wenn die oben gegebene Ordnung eingehalten wird, also: Subjekt – Kopula – Prädikat. Die Kopula als 2-stellige Relation vermittelt hier zwischen einem 1-stelligen Subjekt (Platzhalter für einen Individuennamen) und einem 1-stelligen Prädikat (eine Aussage mit Leerstelle für den Individuennamen).

2.1. funktioniert also, wenn man z.B. Subjekt = „Zeichen“, Kopula = „repräsentiert/steht für/ersetzt (usw.)“, Prädikat = „Objekt“ einsetzt. Wir haben dann allerdings eine 3-stellige Relation über einer 1-stelligen, einer 2-stelligen und einer 1-stelligen Relation vor uns.

Was nun die logische Relation Gegenstand – Relation – Eigenschaft anbetrifft, so scheinen Gegenstand und Subjekt, Relation und Kopula sowie Eigenschaft und Prädikat einander zu entsprechen, allein, ein Gegenstand, wenigstens im ontologischen Sinne, ist keine 2-stellige Relation wie das Subjekt, sondern eine 0-stellige. Eine Relation kann selbstverständlich von 0- bis n-stellig sein, ist also nicht notwendig 2-stellig wie unsere Kopula in 2.1., und eine Eigenschaft ist normalerweise 1- bis 3-stellig. Die logische Relation ist also eine 3-stellige Relation über einer 0-stelligen, einer n-stelligen und einer 1-3-stelligen Relation und lässt sich damit nicht mit der grammatischen Relation in Übereinstimmung bringen.

3. Man bekommt also den Eindruck, dass Peirce seine Zeichendefinition im Grunde, wie dies Bense später sehr richtig gesehen hat (1979, S. 53, 67) einfach als „verschachtelte“ „Relation über Relationen“

$$ZR = {}^3R({}^1R^2, R, {}^3R),$$

motiviert einzig und allein durch die von ihm selbst weitgehend begründete mathematische Relationentheorie, einführen wollte – und dabei den Fehler beging, in den gänzlich nicht-mathematischen 3-stelligen logischen Modellen zwischen den Scholastikern und Kant Anlehnung und Stütze zu finden. Dahinter verbirgt sich offenbar die Angst des Mathematikers, mathematische Begriffe in einem zuvor nicht-mathematischen Feld wie der Zeichentheorie einzuführen. Peirce muss sich ja bewusst gewesen sein, dass sich seine Versuche, eine mathematische Zeichentheorie aufzubauen, irgendwo im weiten Felde zwischen den beiden folgenden Extremen bewegen musste: 1. der logischen Zeichentheorie, die eben nicht über die Grenzen der Logik hinausführt, und die rein mathematische Zeichentheorie, die irgendwann darauf hinausläuft, dass das Zeichen nichts anderes als die Zahl ist und dass folglich die Zeichentheorie nichts anderes als die Mathematik ist. Er musste also die Logik verlassen, indem er deren Kategorien „universalisierte“, andererseits musste er aber auch die rein relationentheoretische Deutung, die erst auf Bense

zurückgehende Definition $ZR = {}^3R({}^1R^2, R, {}^3R)$ „metaphysisch einengen“, und das tat er eben mit Rekurs auf logische und grammatische Kategorientafeln, die im Grunde untereinander ebenso wie mit der relationentheoretischen Definition im Widerspruch standen.

4. An dieser Stelle muss noch darauf hingewiesen werden, dass erst Rudolf Kaehr gesehen hat, dass sogar die Definition der Erstheit (d.h. der 1-stelligen Relation) durch Peirce unhaltbar ist. Nach Walther hatte sie Peirce wie folgt eingeführt: „Erstheit ist der Sensmodus dessen, das so ist, wie es ist, positiv und ohne Beziehung zu irgend etwas anderem“ (Walther 1979, S. 47). Was hier nämlich fehlt – oder nur scheinbar implizit vorgegeben ist –, ist die Reflexivität: „A composition always is accompanied by an environment of its morphisms. Therefore, an initial object or the number 1, firstness, is diamond theoretically always doubled: as itself and as its environment, i.e. $(A | a)$. That is, as a morphism, and as a heteromorphism. A diamond initial object is not a singular object but a doublet, also called bi-object. Furthermore, self-identity is able to distinguish its directionality as left (lo) and right (ro) order“ (Kaehr 2008, S. 2). Daraus folgt also:

Diamond-Erstheit = $A | a$

Wenn A^{ro} , dann $A^{ro} | a^{lo}$.

Wenn A^{lo} , dann $A^{lo} | a^{ro}$.

Berücksichtigt man die Umgebungen bzw. Heteromorphismen auch bei der Einführung von Zweitheit und Drittheit, so erhält man folgendes Modell eines Diamond-Zeichens (wobei sich auch die Notwendigkeit zur Definition der Nullheit ergibt, vgl. oben unseren Hinweis, dass Objekte 0-stellige Relationen sind, sowie Bense (1975, S. 65 f.):

Diam. Nullheit = $\emptyset | \emptyset$

Diam. Erstheit = $A | a$

Diam. Zweitheit = $A \rightarrow B | c$

Diam. Drittheit = $A \rightarrow C | b_1 \leftarrow b_2$

Abschliessend sei festgestellt, dass es sinnlos ist, das Zeichen mit logischen oder grammatischen Kategorien einzuführen, um aus ihnen „Universalkategorien“ zu abstrahieren. Das ist am Ende nicht viel besser als, wie es Saussure tat, vom sprachlichen Zeichenmodell auszugehen und es durch Anpassung an andere Zeichenmodelle zu „verallgemeinern“. Das Zeichen kann sauber nur mathematisch, und zwar mit Hilfe der Relationentheorie, definiert werden, wobei es die beiden Möglichkeiten der monokontexturalen Einführung (Bense 1979, S. 53, 67) und der polykontexturalen Einführung (Kaehr 2008, S. 1 ff.) gibt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Subjekt, Alter Ego, Objekt

1. Wir gehen aus von dem folgenden Text aus Oskar Panizzas philosophischer Schrift "Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit" (Leipzig 1895) und reproduzieren hier § 14 (in Originalorthographie):

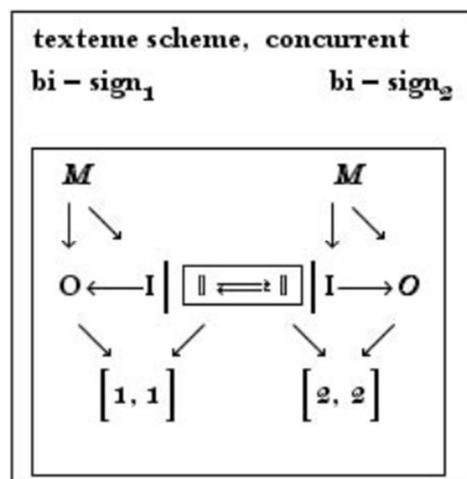
Hast Du aber Deinen Dämon gefunden, dann bist Du nicht mehr allein auf der Welt. Du darfst Zwiegespräch halten, und bist einem Anderen, der Dein Denken leitet und antreibt, verantwortlich. Bist denn Du es, der denkt? Nein! Könntest Du dann mit Aufbieten aller Macht Dein Denken hindern? Ebenso wenig: Ist es denn Dein Wille, der den Inhalt Deines Denkens ausmacht? Nicht entfernt! Musst Du denn nicht das ganze arrangement, wie es nun einmal besteht, einfach hinnehmen? Freilich musst du es! Musst du Dich nicht auf Grund eines, wenn auch illusorischen »post hoc« von ihm unterscheiden? Musst die Illusion mitmachen? Musst Dich also mit ihm auseinandersetzen! Und sonderbar müsste es zugehen, wenn Du die Stimme deines »alter ego«, Deines »besseren Ich«, nicht verstehen solltest. Nenne ihn »Gewissen«, »Eingebung«, »Inspirazion«, »Impuls« »innerer Befehl«, oder wie immer; fliehe in die Einsamkeit, oder stürze Dich in den Trubel des Menschen-Gewühls, Du wirst ihn bei Dir finden, hast Du anders nicht Deine inneren Sinne abgestumpft und im grob-materiellen Verkehr mit den Täuschungen dieser Welt getötet. – »Nähme ich Flügel der Morgenröthe und bliebe am äussersten Meer, so würde mich doch Deine Hand daselbst führen, und Deine Rechte mich halten.« (Psalm 139, 9–10). – Du bist ihm verantwortlich und musst ihm Rede stehn, wenn er zu Dir spricht. Mag er geartet sein, wie immer; und mag er vom Standpunkt einer hiesigen Moral »gut« oder »schlecht« genannt werden. Fürchte nicht: Er ist für die meskinen Unterschiede irdischer Pädagogen, oder die Paragrafen einer »Staats«- oder »Gesellschafts«-Moral unerreichbar. Und wenn auch die »Ordnung der Dinge« in dieser Welt auf ihn, als letzte causa efficiens, zurückzuführen ist. Du darfst nicht rückwärts schliessend dich auf Hiesiges stützen; Du musst, als Lebender und Wirkender, vorwärts schliessen, und Dich auf ihn stützen. Er ist für Dich da. Und mit ihm vereint darfst Du diese blöde, dumme Welt herausfordern; darfst diese Larven mit wasserblauen Augen, die Dich hier umgeben, verachten, und jene bebrillten Automaten, die gegen ein sicheres Mittagessen Dir vordoziren: Du musst *Den* heilig halten, und für *Jenen* sterben, Du musst ein tüchtiges Mitglied der Gesellschaft sein, und ein braver Staatsbürger, der seinen Eid mit dem gehenden und kommenden Erlauchten Haus seines Landes bricht und hält – die darfst Du verlachen und für eine tief unter Dir stehende »genus hominum« halten, – wenn Du mit Deinem Dämon d'accord bist. –

2. Wie muss eine Semiotik aussehen, die Platz für ein Alter Ego hat? Ist es dazu nötig, einen zweiten Interpretantenbezug einzuführen, der die logische Subjektstelle verdoppelt, oder muss von der Transformation von M oder O zu I – und letztlich somit wiederum von der Verdoppelung der Subjektstelle – ausgegangen werden? Wäre das Alter Ego nicht mehr als eine weitere Subjektinstanz, so müsste in einem monokontexturalen Zeichenmodell ein zweites Zeichen eingeführt werden, wobei die Superierung den ersten Interpretanten in ein zweites Mittel und das zweite Mittel in den zweiten Interpretanten, also das Alter Ego verwandelte (Walther 1979, S. 76 f.).

3. Nun bedeutet aber logisch die Präsenz des Alter Egos, dass es sich um eine zugrunde liegende Logik mit 2 Subjekten handelt, also eine 3-wertige Logik, und dieser entspricht nach (Toth 2009) eine 3-kontexturale Semiotik, also eine Semiotik, die auf der allgemeinen Form des Zeichens:

$$ZR = ((M_{\alpha\beta} \rightarrow O_{\gamma\delta}) \rightarrow I_{\epsilon\zeta}) \text{ mit } \alpha, \dots, \zeta \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$$

beruht, d.h. also etwas ganz anderes als zwei adjungierte oder superierte Zeichen bzw. ein ad hoc konstruiertes tetradisches Zeichen, usw. Wie kommt nun ein zweiter Interpretant in diese immerhin immer noch triadische Zeichenrelation? Nach einem äusserst originellen Vorschlag von R. Kaehr (2008) muss wegen der diamantentheoretisch geforderten heteromorphischen Relation zu jedem kategoriethoretischen Morphismus von einem „Bi-Zeichen“ ausgegangen werden, welches das folgende allgemeine Schema hat:



Nur im 1- (d.h. mono-), 2- und 3-kontexturalen (für $K = 3$ allerdings nur bei nicht-identitiven Morphismen) Fall gilt:

$$I_{\alpha}^{\rightarrow} \equiv \leftarrow I_{\alpha} .$$

Von einer Kontextur $K > 3$ an, gilt:

$$I_{\alpha, \beta}^{\rightarrow} \equiv \leftarrow I_{\beta, \alpha}$$

$$I_{\alpha, \beta, \gamma}^{\rightarrow} \equiv \leftarrow I_{\gamma, \beta, \alpha}$$

$$I_{\alpha, \beta, \gamma, \delta}^{\rightarrow} \equiv \leftarrow I_{\delta, \gamma, \beta, \alpha}$$

...

d.h. das Alter Ego ist das sowohl dualisierte als auch kontexturell inverse Subjekt. Dass solches in der monokontexturalen Semiotik (und Wissenschaft) unverständlich ist, dafür zeugt die Bensesche Dualinvarianz der Eigenrealität:

$$\times(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \quad (K = 1)$$

Bereits in 3 Kontexturen haben wir:

$$\times(3.3_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3),$$

d.h. $(2.2)_{1,2} \neq (2.2)_{2,1}$, usw.

Die Vorstellung des Alter Egos setzt also notwendigerweise ein kontexturales Weltbild voraus, d.h. ein Weltbild, in dem es Platz für mindestens 3 Subjekte gibt. In der auf der monokontexturalen Logik basierten Wissenschaft (zu der etwa auch die Psychiatrie) gehört, muss also die Thematik des Alter Egos und Verwandtes – wie im Falle des „Pazjenten Panizza“, des einstigen Psychiaters – als „geisteskrank“ erscheinen. Wie jedermann von der Schulmathematik weiss, hat aber eine 3stellige Zahlenfolge $3! = 6$ und eine 4-stellige Zahlenfolge bereits $4! = 24$ Permutationen. So viele Egos hat demnach ein Subjekt einer nur 3-stelligen und einer bloss 4-stelligen Logik! Da die Negationen zu Zyklen geordnet sind („Hamilton-Kreise“), ist es kein Problem, den Weg zum „ursprünglichen“ Ego zurück zu finden. Was wir also vor uns haben, ist Multiphrenie und nicht Schizophrenie, die letztere Vorstellung kommt eben von der 2-wertigen Logik, wo es nur 1 Subjekt gibt, tritt dieses doppelt

auf, und man kommt fälschlicherweise zur Vorstellung der Spaltung ($2 \text{ mal } \frac{1}{2} = 1$)! Darauf hat übrigens R. Kaehr bereits 2008 in einer wahrhaft genialen Studie hingewiesen (vgl. Kaehr 2008).

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Which equality?

www.thinkartlab.com/pkl/media/Equality/Equality.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf> (2009)

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Toth, Alfred, Polysubjektive Zeichenklassen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die triadische klassentheoretische Zeichenmenge mit und ohne Auswahlaxiom

1. Wie in Toth (2009) gezeigt, kann man die Peirceschen Fundamentalkategorien als Mengen und daher die Zeichenrelation als Menge über Mengen definieren. Da das Peircesche Zeichen relational als „Relation über Relationen“ definiert ist, so zwar, dass die Erstheit in der Zweitheit und beide in der Drittheit inkludiert sind, ergibt sich als mengentheoretisches Äquivalent:

$$ZK = \{\{M\}, \{\{O\}, \{I\}\}\}.$$

Wenn x, y, z Mengen sind, hat ZK also die Struktur

$$ZK = \{x, \{y, z\}\},$$

d.h. das Zeichen ist eine dyadische Menge aus einer einfachen und einer Paarmenge. Damit ist der dyadische Klassenkalkül auf sie anwendbar (vgl. Menne 1991, S. 101 ff.). Ferner kann man aus ZK mit Hilfe des Auswahlaxioms (vgl. z.B. Ebbinghaus 1994, S. 121 ff.) weitere Zeichenmengen bilden, denn ZK ist eine Partition, d.h. es gilt $x \cap \{y, z\} = \emptyset$ bzw. $\{M\} \cap \{\{O\}, \{I\}\} = \emptyset$. Wenn wir wie übliche numerische Schreibweise für M, O, I verwenden, erhalten wir damit genau folgende 3 Mengen:

$$ZK1 = \{\{1, 2\}, \{3\}\}$$

$$ZK2 = \{\{1\}, \{2, 3\}\}$$

$$ZK3 = \{\{1, 3\}, \{2\}\},$$

nicht jedoch die übrigen zwei aus der Partition von $\{1, 2, 3\}$ entstehenden Mengen $\{\{1, 2, 3\}\}$ und $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$, da sie nicht der Inklusionsordnung von $ZK = \{\{M\}, \{\{O\}, \{I\}\}\}$ entsprechen.

2. Nun hat Bense (1979, S. 53, 67) aber gezeigt, dass die Einführung des Zeichens als „Relation über Relationen“ natürlich nicht nur die Fundamentalkategorien als „Objekte“, sondern auch ihre semiotischen Funktionen als „Morphismen“ einschliesst, d.h. wir haben

$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))),$

numerisch

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))).$

Wenn man den letzteren Ausdruck allerdings mengentheoretisch notiert, haben wir

$ZK^* = \{\{1\} \rightarrow \{\{\{1\} \rightarrow \{2\}\} \rightarrow \{\{1\} \rightarrow \{2\} \rightarrow \{3\}\}\},$

aber in ZK^* sind im Gegensatz zu

$ZK = \{\{1\}, \{\{2\}, \{3\}\}\}.$

die Bedingungen der Partition nicht mehr erfüllt, da jede Menge der Stufe (n+1) alle Mengen der Stufe (n) „mitführen“, d.h. die Schnittmengen zwischen den Mengen der verschiedenen Stufen sind nicht mehr leer. Damit bleibt also ZK^* die einzige mögliche Menge ohne Auswahlaxiom, während wir im ersten Teil mit Auswahlaxiom ZK_1 , ZK_2 und ZK_3 bekommen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Ebbinghaus, Heinz-Dieter, Einführung in die Mengenlehre. 3. Aufl. Mannheim 1994

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 3. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Das Zeichen als triadische Klasse. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Morphismen für trichotomische Klassenverbände

1. In Toth (2009) wurde gezeigt, dass man für jede der 6 Permutationen der Peirceschen Zeichenrelation 1 semiotisches lateinisches Dreieck aufstellen kann, wobei wie üblich der Zusammenhang der Triaden in den Spalten und derjenige der Trichotomien in den Zeilen gegeben ist:

1	2	3	1	3	2
2	3	1	3	2	1
3	1	2	2	1	3
2	1	3	2	3	1
1	3	2	3	1	2
3	2	1	1	2	3
3	1	2	3	2	1
1	2	3	2	1	3
2	3	1	1	2	3

2. Wie bei gewöhnlichen semiotischen Matrizen, so kann man auch bei diesen trichotomischen Klassenverbänden die statischen Subzeichen im Sinne von Objekten durch die morphismischen Abbildungen zwischen ihnen ersetzen (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.). Damit bekommen wir

α	β	$\beta\alpha$	β°
β	$\alpha^\circ\beta^\circ$	β°	α°
$\alpha^\circ\beta^\circ$	α	α°	$\beta\alpha$

α°	$\beta\alpha$	β	$\alpha^\circ\beta^\circ$
$\beta\alpha$	β°	$\alpha^\circ\beta^\circ$	α
β°	α°	α	β

$\alpha^\circ\beta^\circ$	α	β°	α°
α	β	α°	$\beta\alpha$
β	$\alpha^\circ\beta^\circ$	α	β

Dadurch erhalten wir kategoriethoretische 2×3 Matrizen, deren bei zwei triadische Strukturen

$$A \circ B = C,$$

z.B. $(\alpha^\circ\beta^\circ) \circ \alpha = \beta$, $\alpha^\circ \circ \beta\alpha = \beta$, $\beta^\circ \circ \alpha^\circ = \beta\alpha$, usw. Für die Klassenverbände gibt es somit im Gegensatz zu den Matrizen der lateinischen Quadrate immer noch alle 3 Triaden, aber nur noch 2 Trichotomien.

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationelen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Lateinische Quadrate II. (Die trichotomische Unterteilung der Triaden): In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kategorien und n-Kategorien für trichotomische Klassenverbände

1. Geht man von semiotischen lateinischen Quadraten der Form

ABC

DEF

GHI

aus und setzt

$M = \{A, B, C\}$

$O = \{D, E, F\}$

$I = \{G, H, I\}$,

dann kann man, die relationentheoretische Zeichendefinition Benses (1979, S. 53, 67)

$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$

benutzend, das Zeichen in Form sog. trichotomischer Klassenverbände (vgl. Toth 2009a) definieren als

$ZR = ((A, B, C), ((A, B, C) \rightarrow (D, E, F)), ((A, B, C) \rightarrow (D, E, F) \rightarrow (G, H, I))).$

2. Nun hatten wir in Toth (2009b) die Triaden und Trichotomien, d.h. Objekte der semiotischen lateinischen Quadrate durch die Abbildungen zwischen ihnen, d.h. die Morpjismen ersetzt:

α	β	$\beta\alpha$	β°
β	$\alpha^\circ\beta^\circ$	β°	α°
$\alpha^\circ\beta^\circ$	α	α°	$\beta\alpha$

$\alpha^\circ \quad \beta\alpha \quad \beta \quad \alpha^\circ\beta^\circ$

$\beta\alpha \quad \beta^\circ \quad \alpha^\circ\beta^\circ \quad \alpha$

$\beta^\circ \quad \alpha^\circ \quad \alpha \quad \beta$

$\alpha^\circ\beta^\circ \quad \alpha \quad \beta^\circ \quad \alpha^\circ$

$\alpha \quad \beta \quad \alpha^\circ \quad \beta\alpha$

$\beta \quad \alpha^\circ\beta^\circ \quad \alpha \quad \beta$

Wir bekommen hierdurch interessanterweise für M, O und I jeweils die folgende identische Menge:

$M = O = I = \{\alpha, \alpha^\circ, \beta, \beta^\circ, \beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ\}$.

Wenn wir nun jeweils einen dieser 6 Morphismen in

$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$

an den Stellen von M, $(M \rightarrow O)$, $(M \rightarrow O \rightarrow I)$ einsetzen, so können wir 1-Morphismen ersichtlich nur für M brauchen. Wir benötigen bereits für

$(M \rightarrow O)$

2- Morphismen, z.B. $[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]$, $[\beta^\circ, \alpha^\circ]$, $[\alpha^\circ, \beta\alpha]$

und für $(M \rightarrow O \rightarrow I)$

3-Morphismen, z.B. $[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha, \beta]$, $[\alpha^\circ, \beta\alpha, \beta]$, $[\beta^\circ, \alpha^\circ, \alpha]$.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Lateinische Quadrate I. (Trichotomische Klassenverbände) In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Morphismen für trichotomische Klassenverbände. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die kategoriale Struktur von Repräsentationsfeldern

1. In einer Reihe von Arbeiten (vgl. z.B. Toth 2010 a, b) haben wir detailliert die Repräsentationsfelder von Subzeichen sowie Zeichenklassen und Realitätsthematiken untersucht. Ausgangspunkt war bei allen Untersuchungen der Begriff der Nachbarschaft der elementaren semiotischen Einheit, der Dyade

$$\text{RepF}(a.b) \subseteq U(a.b).$$

Gilt also etwa für ein $(c.d) \in \text{RepF}(a.b)$, dann können wir die Abbildungen

$$(a.b) \rightarrow (c.d) \text{ bzw.}$$

$$(a.b) \leftarrow (c.d)$$

auch als Morphismen von $(a.b)$ als Domäne/Codomäne und $(c.d)$ als Codomäne/Domäne auffassen.

2. Eine unreflektierte Anwendung der elementaren Kategorietheorie verbietet sich jedoch, und zwar deshalb, weil etwa eine Abbildung wie

$$(a.b) \rightarrow_{\alpha} (x.y)$$

zweierlei bedeuten kann:

1. $(a + 1.b)$ mit $x = a + 1$

2. $(a.b + .1)$ mit $y = b + 1$

Konkret heisst dies, dass es mit der elementaren Kategorietheorie unmöglich ist, die Abbildungen von triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen zu unterscheiden:

$$\text{TdPz: } (1.1) \rightarrow_{\alpha} (2.1) \rightarrow_{\beta} (3.1)$$

$$(1.2) \rightarrow_{\alpha} (2.2) \rightarrow_{\beta} (3.2)$$

$$(1.3) \rightarrow_{\alpha} (2.3) \rightarrow_{\beta} (3.3) \text{ (mit ttPz = const)}$$

TtPz: $(1.1) \rightarrow_{\alpha} (1.2) \rightarrow_{\beta} (1.3)$

$(2.1) \rightarrow_{\alpha} (2.2) \rightarrow_{\beta} (2.3)$

$(3.1) \rightarrow_{\alpha} (3.2) \rightarrow_{\beta} (3.3)$ (mit $\text{tdPz} = \text{const}$),

denn wenn α als der Übergang von $1 \rightarrow 2$ und β als der Übergang von $2 \rightarrow 3$ definiert ist, kann hiermit allein nicht unterschieden werden, ob der entsprechende Übergang in einer Zeile oder Spalte der semiotischen Matrix stattfindet. Ich schlage deshalb vor, wie folgt zu definieren:

$\{A, B, A^{\circ}, B^{\circ}, A^{\circ}B^{\circ}, BA\} = \{\rightarrow \mid \text{tdPz} \rightarrow \text{tdPz}\}$

$\{\alpha, \beta, \alpha^{\circ}, \beta^{\circ}, A^{\circ}B^{\circ}, BA\} = \{\rightarrow \mid \text{ttPz} \rightarrow \text{ttPz}\}$

Im einzelnen sieht das so aus:

$\text{tdPz} \rightarrow \text{tdPz}: \quad (1.2) \rightarrow (2.2) \equiv [A, \text{id}_2]$

$\text{ttPz} \rightarrow \text{ttPz}: \quad (1.1) \rightarrow (1.2) \equiv [\text{Id}_1, \alpha]$

Wie man sieht, kann man das graphisch vereinfachen, indem man setzt:

$[X, \text{id}_y] \equiv [X_{\text{id}_y}]$

$[\text{Id}_y, x] \equiv [x_{\text{id}_y}]$,

denn dadurch kann man die diagonalen Abbildungen, d.h.

$\text{tdPz} \rightarrow \text{ttPz}$

$\text{ttPz} \rightarrow \text{tdPz}$

eleganter darstellen, z.B.

$(1.2) \rightarrow (2.3) \equiv [A, \beta]$

$(3.2) \rightarrow (2.1) \equiv [B^{\circ}, \alpha^{\circ}]$

Wie man sieht, gibt es ausser diesen noch zwei weitere diagonale Abbildungstypen

$(2.3) \rightarrow (1.2) \equiv [A^{\circ}, \beta^{\circ}]$

$(2.1) \rightarrow (3.2) \equiv [B, \alpha]$.

Semiotisch kann man sich jedoch auf den Standpunkt stellen, die Dyade sei die nicht mehr reduzierbare Einheit der Semiotik (Theorem von Schröder), und somit sollte es möglich sein, die Abbildungen zwischen Dyaden als EINEN Morphismus darzustellen. Dann kann man die jeweilige sekundäre Abbildung (d.h. Trichotomie vs. Triade bzw. umgekehrt) mit Hilfe von kategorialen Spuren bzw. „gerichteten“ Morphismen notieren:

$$(1.2) \rightarrow (2.3) \equiv [A, \beta] \quad A_\beta$$

$$(3.2) \rightarrow (2.1) \equiv [B^\circ, \alpha^\circ] \quad B^\circ_{\alpha^\circ}$$

$$(2.3) \rightarrow (1.2) \equiv [A^\circ, \beta^\circ] \quad A^\circ_{\beta^\circ}$$

$$(2.1) \rightarrow (3.2) \equiv [B, \alpha] \quad B_\alpha.$$

Damit kann man z.B. das folgende Dualsystem

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

wie folgt darstellen

$$[[B^\circ, \alpha], [A^\circ, \beta]] \times [[B^\circ, \alpha], [A^\circ, \beta]] \equiv$$

$$[[B^\circ_\alpha], [A^\circ_\beta]] \times [[B^\circ_\alpha], [A^\circ_\beta]].$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Maria Braun und die Grenzen der Repräsentation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Die Repräsentationsfelder von Zeichenklassen und ihren Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Kategoriale Neudefinition der Repräsentationsfelder

1. Wenn wir die Repräsentationsfelder von (1.3) bestimmen wollen, d.h.

$\text{Rep}(1.3)$,

dann gehen wir am besten vor wie in Toth (2010a) und bestimmen die Mengen der unmittelbaren und der mittelbaren Nachbarn von (1.3) in der semiotischen Matrix

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

$\text{RepF1}(a.b) = \{(1.2), (1.3), (2.3)\}$

$\text{RepF2}(a.b) = \{(1.1), (2.2), (3.3)\}$

$\text{RepF3}(a.b) = \{(2.1), (3.1), (3.2)\}$

2. Ausgehend von Toth (2010b) können wir nun aber je ein Paar von Subzeichen (und damit von Nachbarn bzw. topologischen Umgebungen) durch einen der folgenden komplexen Morphismen ersetzen

$[X, y] \quad \equiv \quad X_y$

$[Y, x] \quad \equiv \quad Y_x$

$[X^\circ, y^\circ] \quad \equiv \quad X^\circ_{y^\circ}$

$[Y^\circ, x^\circ] \quad \equiv \quad Y^\circ_{x^\circ}$

Wir unser obiges Beispiel $\text{RepF}(1.3)$ erhalten wir damit

$[\text{Id1}\beta^\circ, \text{Id1}\alpha^\circ] \quad \equiv \quad [\beta^\circ_{\text{Id1}}, \alpha^\circ_{\text{Id1}}] \quad \equiv \quad [\beta^\circ, \alpha^\circ]_{\text{Id1}}$

$[\text{Id2}\beta^\circ, \text{Id2}\alpha^\circ] \quad \equiv \quad [\beta^\circ_{\text{Id2}}, \alpha^\circ_{\text{Id2}}] \quad \equiv \quad [\beta^\circ, \alpha^\circ]_{\text{Id2}}$

$[\text{Id3}\beta^\circ, \text{Id3}\alpha^\circ] \quad \equiv \quad [\beta^\circ_{\text{Id3}}, \alpha^\circ_{\text{Id3}}] \quad \equiv \quad [\beta^\circ, \alpha^\circ]_{\text{Id3}}$

Hiermit haben wir also die komplexen kategorialen semiotischen Feldgleichungen für trichotomische Abbildungen von rechts nach links in Repräsentationsfeldern.

$$[A_{id1}, B_{id1}] \quad \equiv \quad [A_{id1}, B_{id1}] \quad \equiv \quad [A, B]_{id1}$$

$$[A_{id2}, B_{id2}] \quad \equiv \quad [A_{id2}, B_{id2}] \quad \equiv \quad [A, B]_{id2}$$

$$[A_{id3}, B_{id3}] \quad \equiv \quad [A_{id3}, B_{id3}] \quad \equiv \quad [A, B]_{id3}$$

Und hier die entsprechenden semiotischen Feldgleichungen für triadische Abbildungen von oben nach unten. Damit kann man die Repräsentationsfelder durch die folgenden triadisch-trichotomischen Transformationsfelder eindeutig bestimmen:

$$[A, B]_{id1}, [\beta^\circ, \alpha^\circ]_{id1} \quad \equiv \quad [[A, B], [\beta^\circ, \alpha^\circ]]_{id1}$$

$$[A, B]_{id2}, [\beta^\circ, \alpha^\circ]_{id2} \quad \equiv \quad [[A, B], [\beta^\circ, \alpha^\circ]]_{id2}$$

$$[A, B]_{id3}, [\beta^\circ, \alpha^\circ]_{id3} \quad \equiv \quad [[A, B], [\beta^\circ, \alpha^\circ]]_{id3}$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Repräsentationsfelder von Zeichenklassen und ihren Realitäts-thematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Die kategoriale Struktur von Repräsentationsfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Zeichenklassen als Definitionen von Kategorienfeldern

1. Mit den in Toth (2010) eingeführten kategorialen Repräsentationsfeldern bzw. Kategorienfeldern kann man jede der 10 Peirceschen und der 17 „irregulären“ Zeichenklassen und Realitätsthematiken mit Hilfe einer „semiotischen Feldgleichung“ darstellen, welche die abstrakten semiotischen Strukturen sowie deren konkrete Belegungen gleichzeitig sichtbar machen, während dies z.B. bei der numerischen Darstellung von Repräsentationsschemata nicht der Fall ist:

$$(3.1\ 2.1\ 1.3) \equiv [B^{\circ}_{id1}, A^{\circ}_{\beta\alpha}].$$

Anhand von Kategorienfeldern sieht man z.B., dass Zeichenklassen in der „kanonischen“ Ordnung $(I \rightarrow O \rightarrow M)$ ein kategoriales „Gerüst“

$$[B^{\circ}, A^{\circ}]$$

haben, wobei jeder Morphismus mit einem Element der Menge $\{idx, A, B\}$ indiziert wird, mit $x \in \{1, 2, 3\}$, und wo ferner kategoriale Komposition und Inversion definiert sind. Sehr einfach gesagt, könnte man also sagen, das Zeichen sei ein indiziertes Paar von Morphismen, die aufeinander abgebildet werden, wobei die beiden Abbildungen zu triadischen Relationen konkateniert werden. Die Basis des Zeichens ist also die dyadische und nicht die triadische Relation, dem Theorem von Schröder folgend und dasjenige von Peirce ablehnend. Damit verbieten sich auch Parallelen zwischen dem Zeichen und ternären Relationen wie etwa dem Verb „schenken“. Wesentlich beim Zeichen ist ja, dass ein Objekt A die Stelle eines Objektes B einnimmt (substituiert, repräsentiert, abbildet, indiziert, symbolisiert usw.) und nicht, dass jemand bzw. etwas mit etwas anderem affiziert wird. Wäre das Zeichen wirklich eine triadische Relation, dann wäre nicht einzusehen, warum nicht z.B. M das Zeichen selbst, O das externe bezeichnete Objekt und I der Interpret sein könnte, der durch die Zeichensetzung den kontextualen Abgrund zwischen M und O überbrücken könnte. Ein solches Zeichen wäre aber nicht mehr substitutiv (einfach deshalb, weil sich „Zeichen“ und „Objekt“ durch kein Merkmal mehr unterscheiden liessen, d.h. logische Existenz nicht mehr definierbar wäre), sondern sie bestünde z.B. darin, einem Du Introspektion in ein Ich und umgekehrt

zu erlauben. Das Mittel würde das Apriori des Objektes freilegen und umgekehrt. Umgekehrt wird mit dyadischen Zeichen gerade der kontexturale Abstand zwischen substituierendem Zeichen und substituiertem Objekt aufgerichtet. Im Grunde folgt aus all dem also, dass sich nicht nur die informelle Auffassung des Zeichens nur mit einem dyadischen Zeichenbegriff verträgt, sondern dass auch die wesentliche erkenntnistheoretische Differenz zwischen Zeichen und Objekt gerade durch die getrennte Etablierung zweier Dyaden geschaffen und später durch deren Konkatenierung zu einer Triade kanonisiert wird. Genau genommen, ist also der kontexturale Abstand zwischen Zeichen und Objekt nicht vorgegeben. (Wie könnte er es sein, da das Zeichen selbst ja ebenfalls nicht vorgegeben ist?!) Sondern die Existenz einer Kontextur ergibt sich durch die Verdoppelung eines Objektes A durch ein Objekt B, das jedoch mit diesem nie identisch sein kann. Der kontexturale Abstand zwischen einem Zeichen und seinem Objekt ist somit die doppelte Differenz zwischen dem bezeichnenden Zeichen und seinem Objekt einerseits

$M \rightarrow O$

und dem bezeichneten Objekt und seiner Substitutionsfunktion

$O \rightarrow I$

andererseits, die Kontexturgrenze selbst kann somit durch

$(M \rightarrow O) \dot{\vdash} (O \rightarrow I)$

dargestellt werden. Solange also die beiden Dyaden nicht zu einer Triade konkateniert werden, gibt es auch keine kontextuelle Grenze; eine solche wird aber durch die Konkatenierung gleichzeitig erhoben und in die Zeichenrelation integriert:

$ZR = ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)) = (M \rightarrow O \rightarrow I).$

2. Zunächst kann man nun die sogenannten homogenen Zeichenklassen, worunter die drei Zeichenklassen mit vollständigen Realitätsthematisierungen (M, O, I) verstanden werden, definieren als kategoriale Dyaden mit einheitlicher Gerichtetheit:

(3.1 2.1 1.1) $\equiv [B^\circ, A^\circ]_{id1}$

$$(3.2\ 2.2\ 1.2) \quad \equiv \quad [B^\circ, A^\circ]_{id2}$$

$$(3.3\ 2.3\ 1.3) \quad \equiv \quad [B^\circ, A^\circ]_{id3}$$

Die beiden eigenrealen Zeichenklassen (Bense 1992 unterscheidet „stärkere“ und „schwächere“ ER)

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \quad \equiv \quad [B^\circ_\alpha, A^\circ_\beta]$$

$$(3.3\ 2.2\ 1.1) \quad \equiv \quad [B^\circ_{\beta^\circ}, A^\circ_{\alpha^\circ}]$$

lassen sich demnach dadurch definieren, dass bei der „stärkeren“ ER die Gerichtetheit den Kategorien entspricht, aber chiasmisch distribuiert ist, während bei der „schwächeren“ ER jede Kategorie eine mit ihr identische Gerichtetheit besitzt.

Bei den verbleibenden 6 fremdrealen Zeichenklassen ergibt sich, wie eingangs bemerkt, die Indizierung als Element aus der Menge $\{idx, \alpha, \beta\}$ mit Inversion und Komposition. Die Restriktion $a \leq b \leq c$ auf (3.a 2.b 1.c) und die damit verbundene Reduktion der 27 möglichen auf 10 „reguläre“ Zeichenklassen bewirkt, dass die Indizes nur der Menge $\{id1/2/3, \alpha, \beta, \beta\alpha\}$ entstammen können, d.h. Inversion und komponierte Inversion findet sich nur in der Komplementärmengeder $27 \setminus 10$ Zeichenrelationen:

$$(3.1\ 2.1\ 1.2) \quad \equiv \quad [B^\circ_{id1}, A^\circ_\alpha]$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.3) \quad \equiv \quad [B^\circ_{id}, A^\circ_{\beta\alpha}]$$

$$(3.1\ 2.2\ 1.2) \quad \equiv \quad [B^\circ_\alpha, A^\circ_{id2}]$$

$$(3.1\ 2.3\ 1.3) \quad \equiv \quad [B^\circ_{\beta\alpha}, A^\circ_{id3}]$$

$$(3.2\ 2.2\ 1.3) \quad \equiv \quad [B^\circ_{id2}, A^\circ_\beta]$$

$$(3.2\ 2.3\ 1.3) \quad \equiv \quad [B^\circ_\beta, A^\circ_{id3}]$$

3. Nun hatten wir oben erwähnt, dass die Definition der Zeichenrelation durch die Ordnung $(I \rightarrow O \rightarrow M)$ „kanonisch“ sei; sie entspricht der „Pragmatischen Maxime“ von Peirce, bei der der Interpretant immer zuerst kommt. Dennoch darf man in Frage stellen, ob diese Ordnung, die der Aussage „Jemand substituiert/

repräsentiert ein Objekt durch ein Mittel“ wirklich die einzig mögliche ist. Man dürfte wohl sogar soweit gehen, ihre Richtigkeit in Frage zu stellen, denn sie wird verraten durch das Verb „substituieren“, das ein Hysteron-Proteron impliziert. Wenn ich sage: Ich substituiere A und B, dann bedeutet das, dass zunächst B vorgegeben ist und ich es durch A ersetze, d.h. $(A \rightarrow B)$ bedeutet $(B \rightarrow A)$. Wie nun auch weitere Formulierungen beweisen, haben wir absolut keine Probleme, für alle 6 möglichen Permutationen der triadischen Zeichenrelation Aussageformen (und Aussagen) zu finden, die für die Einführung eines Zeichens befriedigend sind:

- $(I \rightarrow M \rightarrow O)$: Jemand selektiert ein Mittel für ein Objekt. (Das ist sogar die gängige Formulierung in allen Büchern Benses.)
- $(O \rightarrow I \rightarrow M)$: Ein Objekt wird durch jemanden mittels eines Mittels ersetzt. Das hier angewandte HP ist um nichts schlechter als das oben bei der Ordnung $(I \rightarrow O \rightarrow M)$ angewandte.
- $(O \rightarrow M \rightarrow I)$: Ein Objekt wird durch ein Mittel für einen Interpretanten ersetzt.
- $(M \rightarrow I \rightarrow O)$: Ein Mittel dient einem Interpretanten (zur Bezeichnung) für ein Objekt.
- $(M \rightarrow O \rightarrow I)$: Ein Mittel substituiert (wird zugeordnet) ein(em) Objekt für einen Interpretanten.

Dass somit alle $3! = 6$ Permutationen von $ZR = (M, O, I)$ erlaubt sind, hat nun zur Konsequenz, dass das oben für $ZR = (I, O, M)$ angegebene kategoriale Schema

$$ZR = [B^\circ, A^\circ]$$

natürlich nur ein Sonderfall von 6 möglichen kategorialen Schemata darstellt. Die übrigen 5 sind:

$$[A^\circ B^\circ, A], [B, A^\circ B^\circ], [A^\circ, BA], [B, A^\circ B^\circ], [B^\circ, BA].$$

Trotzdem lässt sich unsere obige abstrakte Definition, das Zeichen sei ein indiziertes Paar von Morphismen, welche aufeinander abgebildet werden, wobei die beiden Abbildungen zu triadischen Relationen konkateniert werden, aufrecht erhalten. Als Zusatzbedingung kann man somit noch erwähnen, dass höchstens

einer der beiden Morphismen invers sein darf. Wenn man sich also daran erinnert, wie von Foerster vor der New Yorker Akademie die Güntherschen Kenogramme erklärt hatte, nämlich indem er sie als inverse logische Funktionen einführte (vgl. Günther/von Foerster 1967), dann sehen wir, dass das Zeichen auf seiner abstraktest möglichen Ebene definierbar ist als kategoriales Schema aus einer semiotischen Funktion und einer ihr inversen komplementären semiotischen Funktion. Bereits die Dyade trägt also die Spur der Kontexturgrenze in sich, die dann bei der Komnkatination zweier Dyaden zu einer Triade etabliert und in die Zeichenrelation integriert wird.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard/von Foerster, Heinz, The logic structure of evolution and emanation. In Annals of the New York Academy of Sciences 138, 1967, S. 874-891

Toth, Alfred, Kategoriale Redefinition der Repräsentationsfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010